

2 - IL C.C. IN ASTRATTO E IN FORMULE

2.1 - Le disposizioni

Supponiamo di avere n oggetti distinti

(ad esempio: n palline numerate progressivamente da 1 a n , oppure n lettere dell'alfabeto, ...).

Sia ora k un intero, $k \leq n$.

Le k -uple ORDINATE che si possono costruire utilizzando (senza ripetizione) k fra gli n oggetti dati sono anche dette

"le **DISPOSIZIONI** degli n oggetti dati, presi a k a k "

o anche

"le disposizioni di classe k , di quegli n oggetti".

Il numero di tali k -uple ordinate (= il numero delle disposizioni di n oggetti, presi a k a k) si indica con $D_{n,k}$

e risulta, utilizzando quello che abbiamo chiamato il Primo Principio Generale del Calcolo Combinatorio,

$$D_{n,k} = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$$

- Esempio 1 - Con 10 oggetti distinti, quante quaterne ordinate posso costruire?

Risposta: $D_{10,4} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$

- Esempio 2 - Se ho 10 ragazzi, in quanti modi posso scegliere: un portiere, un arbitro e un raccattapalle?

Risposta: $D_{10,3} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$

2.2 - Le combinazioni

Le k -uple NON ORDINATE che si possono costruire utilizzando (senza ripetizione) k fra n oggetti dati sono anche dette

"le **COMBINAZIONI** degli n oggetti dati, presi a k a k "

o anche

"le combinazioni di classe k , di quegli n oggetti".

Il numero di tali k -uple NON ORDINATE (= il numero delle combinazioni di n oggetti, presi a k a k) si indica con $C_{n,k}$ e risulta, utilizzando il Terzo Principio Generale,

$$C_{n,k} = \frac{D_{n,k}}{k!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

OSSERVAZIONE

L'ultimo passaggio è stato ottenuto moltiplicando sia sopra che sotto per $(n-k)!$

$$C_{n,k} = \frac{D_{n,k}}{k!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!} \cdot \frac{(n-k)!}{(n-k)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!} \cdot \frac{(n-k)(n-k-1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(n-k)!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Tale passaggio è possibile anche per $k = n$ perché

$$\text{per convenzione, si pone } 0! = 1$$

- Esempio 3 - Con 10 oggetti distinti, quante quaterne non ordinate posso costruire?

Risposta: $C_{10,4} = \frac{10!}{4! \cdot 6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{4! \cdot 6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 210$



IDEA-GUIDA

♪ **DISPOSIZIONI: c'entra l'ordine**

♪ **COMBINAZIONI: non c'entra l'ordine**