

## 2.6 - Disposizioni con ripetizione

Si parla di "**DISPOSIZIONI CON RIPETIZIONE**" di  $n$  oggetti, di classe  $k$  (anche: "presi a  $k$  a  $k$ ") quando uno stesso oggetto, nella  $k$ -upla ordinata, può essere ripetuto più di una volta.

In questo caso, non deve essere necessariamente  $k \leq n$ : può essere  $k \begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix} n$

Il numero delle disposizioni con ripetizione di  $n$  oggetti, presi a  $k$  a  $k$ , si indica col simbolo

$$D'_{n,k}$$

ed è immediato dimostrare, col Primo Principio Generale, che si ha

$$D'_{n,k} = \underbrace{n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_{k \text{ fattori}} = n^k$$

### □ Esempio 6

Utilizzando, con possibilità di ripetizione, i 3 simboli A, B, C, quante stringhe di 5 lettere posso comporre?

(Per "stringa" si intende una "sequenza di caratteri": esempio BBCAB)

*Risposta:*

$$D'_{3,5} = 3^5$$

Questo comunque è un "classico" problema nel quale è probabilmente più comodo, anziché pensare alla terminologia specifica e alle formule, utilizzare i semplici e spontanei "principi generali" del calcolo combinatorio: per il primo elemento della stringa ho 3 possibilità, per ciascuna delle quali si apre poi un ventaglio di 3 possibilità per la scelta del secondo elemento della stringa, ecc.:

... penso al diagramma ad albero ... e scrivo la risposta  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$

### □ Esempio 7

Quante colonne è possibile teoricamente giocare nel gioco del totocalcio?  
(14 partite, pronostico per ogni partita: 1, o X, o 2)

*Risposta*

Volendo, è un problema di disposizioni con ripetizione. Comunque, si ragiona meglio senza formule: per il primo posto in alto nella colonna ho tre possibilità: 1, X, 2; per il secondo posto ho ancora 3 possibilità ... ecc ...

Dunque:  $3^{14} = 4782969$

X  
X  
X    *Un esempio*  
1    *di "colonna"*  
2    *del totocalcio.*  
1    *La versione "moderna"*  
1    *è a 14 partite;*  
X    *fino all'anno 2003*  
2    *le partite in schedina*  
1    *erano solo tredici*  
X  
X  
2  
1

### IDEA-GUIDA

**Nel trattare questioni e problemi sul Calcolo Combinatorio, puoi alternare liberamente, a seconda delle tue preferenze e a seconda di come di volta in volta ritieni opportuno,**

♪ **L'APPLICAZIONE DELLE FORMULE**

♪ **con il RAGIONAMENTO DIRETTO, basato sui Principi Generali appresi.**



### □ Esempio 8

Se si lanciano 10 monete  
(o anche: se si lancia una moneta 10 volte)  
quanti sono gli esiti possibili?  
(Ad esempio, un esito potrebbe essere CCTTCTTTCT)

*Risposta:*  $2^{10} = 1024$