## 3. PROPRIETA' DELLE DISUGUAGLIANZE

Aggiungendo, o togliendo,
da entrambi i membri di una disuguaglianza,
uno stesso numero,
si ottiene una disuguaglianza dello stesso verso:

$$\forall a,b,c \in \mathbb{R} \quad \begin{cases} a<b \Leftrightarrow a+c<b+c \\ a<b \Leftrightarrow a-c<b-c \end{cases}$$

$2<6$

$2+5<6+5$

$2-5<6-5$

Sulla *number line*:
TRASLAZIONE (NOTA 1) ⇨

---

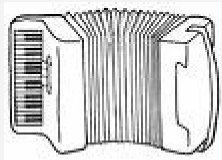
Moltiplicando, o dividendo,
entrambi i membri di una disuguaglianza,
per uno stesso numero POSITIVO,
si ottiene una disuguaglianza dello stesso verso:

$$\forall a,b \in \mathbb{R},\ \forall c \in (0,+\infty) \quad \begin{cases} a<b \Leftrightarrow a\cdot c<b\cdot c \\ a<b \Leftrightarrow \dfrac{a}{c}<\dfrac{b}{c} \end{cases}$$

$1<3 \quad \boxed{\cdot 2} \quad 2<6$

$-\dfrac{1}{3}<1 \quad \boxed{\cdot 3} \quad -1<3$

$-15>-20 \quad \boxed{\cdot\dfrac{1}{5}} \quad -3>-4$



Sulla *number line*:
DILATAZIONE O CONTRAZIONE,
"EFFETTO FISARMONICA" CON
L'ORIGINE CHE RIMANE FERMA (NOTA 2) ⇨

---

Se due numeri sono disuguali,
i loro opposti sono disuguali
*in senso contrario*:

$$\forall a,b \in \mathbb{R}, \quad a<b \Leftrightarrow -a>-b$$

| | | |
|---|---|---|
| $2<3$ | $-1<4$ | $-3>-5$ |
| $-2>-3$ | $1>-4$ | $3<5$ |

Sulla *number line*:
SIMMETRIZZAZIONE RISPETTO
ALL'ORIGINE (NOTA 3) ⇨

---

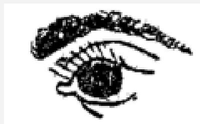
Moltiplicando, o dividendo,
entrambi i membri di una disuguaglianza,
per uno stesso numero NEGATIVO,
si ottiene una disuguaglianza
DI VERSO CONTRARIO:

$$\forall a,b \in \mathbb{R},\ \forall c \in (-\infty,0) \quad \begin{cases} a<b \Leftrightarrow a\cdot c>b\cdot c \\ a<b \Leftrightarrow \dfrac{a}{c}>\dfrac{b}{c} \end{cases}$$

$1<3 \quad \boxed{\cdot(-2)} \quad -2>-6$

$-\dfrac{1}{2}<4 \quad \boxed{\cdot(-3)} \quad \dfrac{3}{2}>-12$

$-15>-20 \quad \boxed{\cdot\left(-\dfrac{1}{5}\right)} \quad 3<4$



Sulla *number line*: ⇨
SIMMETRIZZAZIONE RISPETTO ALL'ORIGINE
poi DILATAZIONE O CONTRAZIONE

---

Due disuguaglianze dello stesso verso si possono
*sommare* membro a membro, ottenendosi con ciò
una disuguaglianza dello stesso verso:

$$\forall a,b,c,d \in \mathbb{R} \quad \begin{array}{c} a<b \\ c<d \\ \hline a+c<b+d \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 8<9 \\ 2<5 \\ \hline 10<14 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 1<2 \\ -7<-5 \\ \hline -6<-3 \end{array} \qquad \begin{array}{c} -3>-4 \\ 1>-1 \\ \hline -2>-5 \end{array}$$

---

Invece
NON è lecito
*sottrarre* membro a membro due disuguaglianze!

$9<11$
$6<7$
*...sottraendo...*
$3<4$ *vera*

$9<11$
$6<10$
*...sottraendo...*
$\cancel{3<1}$ *FALSA*!!!

---

Se due numeri POSITIVI sono disuguali,
i loro *reciproci* sono disuguali *in senso contrario*:

$$\forall a,b \in (0,+\infty), \quad a<b \Leftrightarrow \frac{1}{a}>\frac{1}{b}$$

$2<3$

$\dfrac{1}{2}>\dfrac{1}{3}$

---

NOTA 1 - Se due punti sulla *number line* vengono entrambi traslati, verso destra o verso sinistra, della stessa lunghezza, quello dei due che stava più a sinistra prima continuerà a stare più a sinistra anche dopo!

NOTA 2 - Se due punti sulla *number line* vengono entrambi sottoposti a questo "effetto fisarmonica", quello dei due che stava più a sinistra prima continuerà a stare più a sinistra anche dopo!

NOTA 3 - Se due punti sulla *number line* vengono entrambi simmetrizzati rispetto all'origine, quello dei due che stava più a SINISTRA prima starà più a DESTRA dopo!