SCHEMI RIASSUNTIVI

Tipologie principali

1° TIPO

La disequazione $\boxed{\sqrt{A(x)} < B(x)}$ è equivalente al sistema

$$\boxed{\begin{cases} A(x) \geq 0 & \text{condizione "di realtà del radicale"} \\ B(x) > 0 & \text{condizione "di positività del 2° membro"} \\ A(x) < [B(x)]^2 \end{cases}}$$

2° TIPO

La disequazione $\boxed{\sqrt{A(x)} > B(x)}$ è equivalente alla coppia di sistemi, separati da un VEL logico:

$$\boxed{\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) < 0 \end{cases}} \vee \boxed{\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) > [B(x)]^2 \end{cases}}$$

ossia ne sono soluzioni quei valori di x che rendono, in alternativa:

- *reale* il radicale e *negativo* il secondo membro;
- oppure *reale* il radicale, *positivo o nullo* il secondo membro e *verificata* la *condizione ottenibile elevando al quadrato*.

Si risolveranno i due sistemi, poi si accetteranno tanto le soluzioni dell'uno quanto quelle dell'altro: si farà cioè l'*unione insiemistica* fra gli insiemi delle soluzioni dei due sistemi.

Nel 2° sistema si potrebbe anche eliminare la prima fra le tre condizioni, perché implicita nella terza. Tenendola, però, non si sbaglia.

La disequazione $\boxed{\sqrt{A(x)} < \sqrt{B(x)}}$ è equivalente al sistema $\boxed{\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) < B(x) \end{cases}}$

Nel sistema si potrebbe anche eliminare la condizione $B(x) \geq 0$, *perché implicita nelle altre due. Tenendola, però, non si sbaglia.*

Varianti, casi particolari e altre tipologie

Abbiamo organizzato la rassegna in due colonne:
sulla *colonna sinistra*,
la disequazione;
sulla *colonna destra*,
il sistema equivalente, o la disequazione equivalente, o la condizione equivalente, o comunque la conclusione.

Un ottimo esercizio da parte tua sarebbe di coprire la seconda colonna per vedere se riesci a ricostruirla.

$\sqrt{A(x)} \leq B(x)$	$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) \leq [B(x)]^2 \end{cases}$
$\sqrt{A(x)} \geq B(x)$	$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) < 0 \end{cases} \vee \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) \geq [B(x)]^2 \end{cases}$ *Nel 2° sistema si potrebbe anche eliminare la prima fra le tre condizioni, perché implicita nella terza. Tenendola, però, non si sbaglia.*
$\sqrt{A(x)} > \sqrt{B(x)}$	$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) > B(x) \end{cases}$ *Nel sistema si potrebbe anche eliminare la condizione* $A(x) \geq 0$, *perché implicita nelle altre due. Tenendola, però, non si sbaglia.*

$\sqrt{A(x)} \geq \sqrt{B(x)}$	$\begin{cases} A(x) \geq 0 \ \text{(eliminabile)} \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) \geq B(x) \end{cases}$
$\sqrt{A(x)} \leq \sqrt{B(x)}$	$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \ \text{(eliminabile)} \\ A(x) \leq B(x) \end{cases}$
$\sqrt{A(x)} < p \ \ (p \in \mathbb{R},\ p > 0)$	E' equivalente al sistema $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) < p^2 \end{cases}$
$\sqrt{A(x)} < -p \ \ (p \in \mathbb{R},\ p > 0)$	E' impossibile
$\sqrt{A(x)} < 0$	E' impossibile
$\sqrt{A(x)} \leq p \ \ (p \in \mathbb{R},\ p > 0)$	E' equivalente al sistema $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) \leq p^2 \end{cases}$
$\sqrt{A(x)} \leq -p \ \ (p \in \mathbb{R},\ p > 0)$	E' impossibile
$\sqrt{A(x)} \leq 0$	E' equivalente all'equazione $A(x) = 0$
$\sqrt{A(x)} > p \ \ (p \in \mathbb{R},\ p > 0)$	E' equivalente alla disequazione $A(x) > p^2$
$\sqrt{A(x)} > -p \ \ (p \in \mathbb{R},\ p > 0)$	E' equivalente alla disequazione $A(x) \geq 0$
$\sqrt{A(x)} > 0$	E' equivalente alla disequazione $A(x) > 0$
$\sqrt{A(x)} \geq p \ \ (p \in \mathbb{R},\ p > 0)$	E' equivalente alla disequazione $A(x) \geq p^2$
$\sqrt{A(x)} \geq -p \ \ (p \in \mathbb{R},\ p > 0)$	E' equivalente alla disequazione $A(x) \geq 0$
$\sqrt{A(x)} \geq 0$	E' equivalente alla disequazione $A(x) \geq 0$
$\sqrt{A(x)} - \sqrt{B(x)} + \sqrt{C(x)} \lessgtr 0$	Si porta sotto la forma $\sqrt{A(x)} + \sqrt{C(x)} \lessgtr \sqrt{B(x)}$ che garantisce la positività dei due membri, si pongono le condizioni di realtà, si eleva al quadrato e si prosegue
$\sqrt[3]{A(x)} \lessgtr \sqrt[3]{B(x)}$	No problem: si eleva al cubo, quindi ad esponente dispari, ottenendo $A(x) \lessgtr B(x)$ senza dover porre nessuna condizione.
$\sqrt[3]{A(x)} \lessgtr B(x)$	No problem: si eleva al cubo, quindi ad esponente dispari, ottenendo $A(x) \lessgtr \left[B(x)\right]^3$ senza dover porre nessuna condizione.
$\sqrt[4]{A(x)} < B(x)$	Ci si comporta come se la radice fosse quadrata (1° tipo). Naturalmente, occorre elevare alla quarta anziché al quadrato.
$\sqrt[4]{A(x)} > B(x)$	Ci si comporta come se la radice fosse quadrata (2° tipo). Naturalmente, occorre elevare alla quarta anziché al quadrato.