

DISEQUAZIONI COL VALORE ASSOLUTO: CORREZIONI

1)

$$|x+2| < 3$$

I numeri il cui valore assoluto è minore di 3 sono quelli compresi fra -3 e 3 !

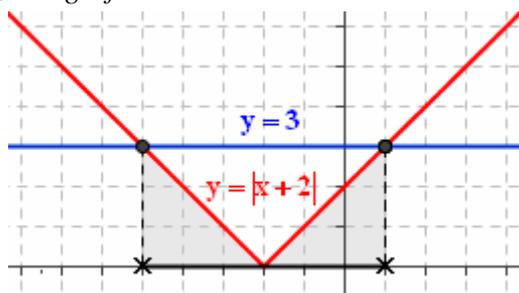
$$-3 < x+2 < 3$$

... e sottraendo 2 da tutti gli anelli della catena, si ottiene

$$-3-2 < x \cancel{-2} \cancel{-2} < 3-2$$

$$-5 < x < 1$$

Risoluzione grafica:



Il grafico della funzione $y = |x+2|$ si può tracciare

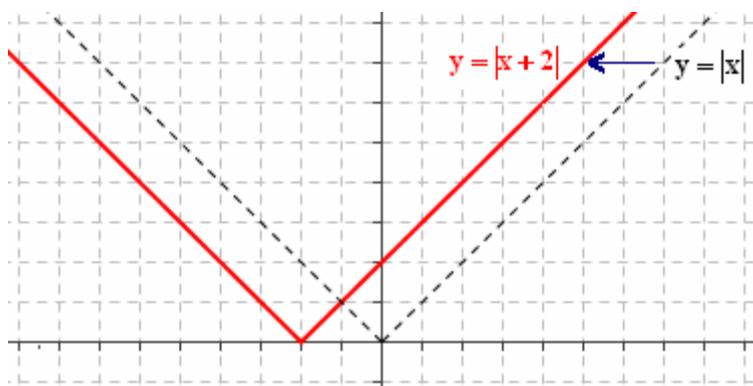
a) normalmente, “per punti”, assegnando dei valori a x e poi calcolando i corrispondenti valori di y ;

b) o pensando di ricavarlo dal grafico ben noto della funzione $y = |x|$

per sostituzione di x con $x+2$

quindi **traslando il grafico ORIZZONTALMENTE di 2 unità verso SINISTRA**

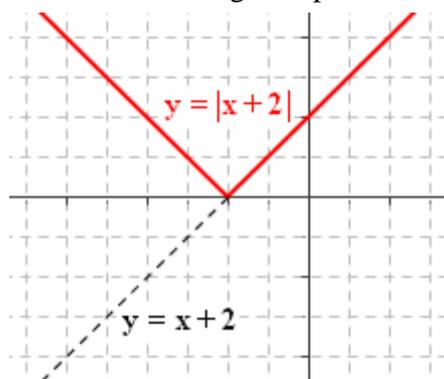
(effetto “*bastian contrario*”; da x a $x+2$, spostamento a *sinistra*):



c) oppure ancora, pensando di ricavarlo dal grafico della funzione $y = x+2$

tramite la manipolazione “passaggio al valore assoluto”, che comporta di cancellare

la parte con ordinate negative per sostituirla con la sua simmetrica rispetto all’asse delle ascisse:



Nella figura, la funzione

$$y = x+2$$

è la retta inclinata di 45° in salita.

La parte della retta con ordinate negative,

quella tratteggiata in figura,

è stata sostituita dalla sua simmetrica rispetto all’asse delle ascisse.

Ed ecco, in tratto continuo,

il grafico della funzione

$$y = |x+2|.$$

2)

$$\boxed{|7 - 2x| \leq 5}$$

E' comodo riscrivere la disequazione sotto la forma equivalente

$$|2x - 7| \leq 5$$

dopodiché:

$$-5 \leq 2x - 7 \leq 5$$

Addizioniamo 7:

$$2 \leq 2x \leq 12$$

Dividiamo per 2:

$$\boxed{1 \leq x \leq 6}$$

IN ALTERNATIVA

Lasciando la disequazione sotto la forma

$$\boxed{|7 - 2x| \leq 5}$$

avremmo ottenuto:

$$-5 \leq 7 - 2x \leq 5$$

Sottraiamo 7:

$$-12 \leq -2x \leq -2$$

Cambiamo i segni, ma anche i versi!

$$12 \geq 2x \geq 2$$

Dividiamo per 2:

$$6 \geq x \geq 1$$

Trascriviamo al rovescio, da destra a sinistra:

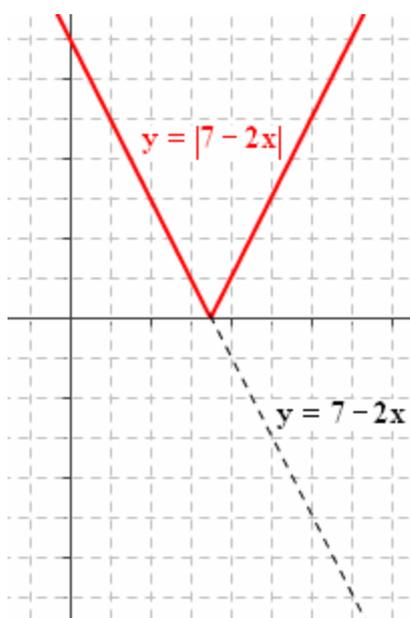
$$\boxed{1 \leq x \leq 6}$$

Per una risoluzione grafica della $\boxed{|7 - 2x| \leq 5}$,

è conveniente

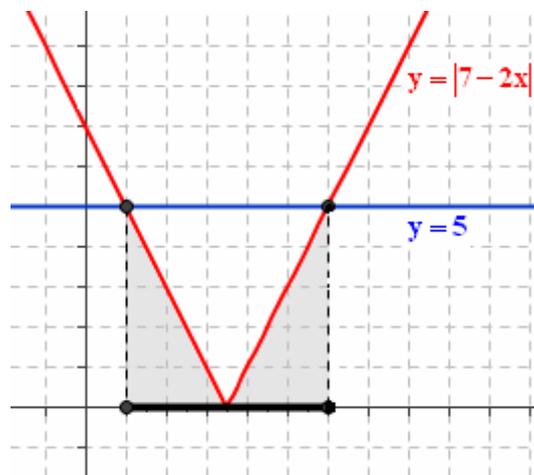
**pensare di ricavare il grafico della funzione $y = |7 - 2x|$
da quello della funzione $y = 7 - 2x$
tramite la manipolazione "passaggio al valore assoluto",
che comporta di cancellare**

la parte con ordinate negative per sostituirla
con la sua simmetrica rispetto all'asse delle ascisse:



... ed ecco,
rappresentando anche
la funzione costante a 2° membro $y = 5$,
la risoluzione grafica
della disequazione
 $|7 - 2x| \leq 5$:

le soluzioni sono quei valori di x
per i quali la y corrispondente,
relativa al 1° membro,
è \leq , oppure è $=$,
alla y corrispondente,
relativa al 2° membro.



3)

$$\boxed{|x^2 + 3x| > 4}$$

I numeri il cui valore assoluto è > 4 sono quelli < -4 , oppure > 4 !

$$x^2 + 3x < -4 \quad \vee \quad x^2 + 3x > 4$$

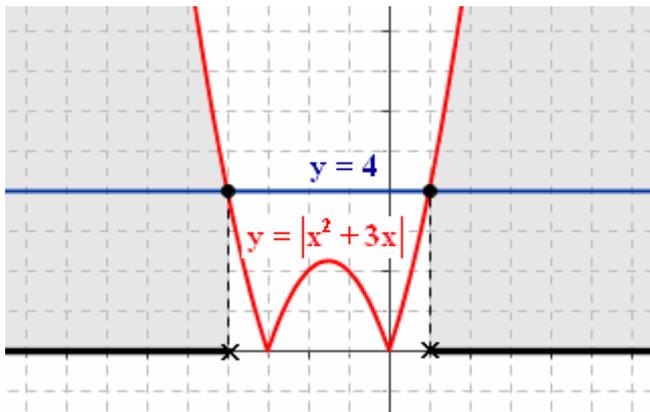
$$\underbrace{x^2 + 3x + 4 < 0}_{\text{impossibile}} \quad \vee \quad \underbrace{x^2 + 3x - 4 > 0}_{x < -4 \vee x > 1}$$

$(\Delta < 0)$

Le soluzioni di questa disequazione sono perciò i valori

$$\boxed{x < -4 \vee x > 1}$$

Risoluzione grafica:



Il grafico della funzione

$$y = |x^2 + 3x|$$

è stato ricavato

a partire dal grafico della parabola

$$y = x^2 + 3x$$

cancellando la parte con ordinate negative

per sostituirla con la sua simmetrica rispetto all'asse delle ascisse.

Come si vede, i valori di x per i quali l'ordinata su questo grafico è > 4 sono quelli < -4 , oppure > 1 .

4)

$$\boxed{|x^2 - x - 3| > 3}$$

$$x^2 - x - 3 < -3 \quad \vee \quad x^2 - x - 3 > 3$$

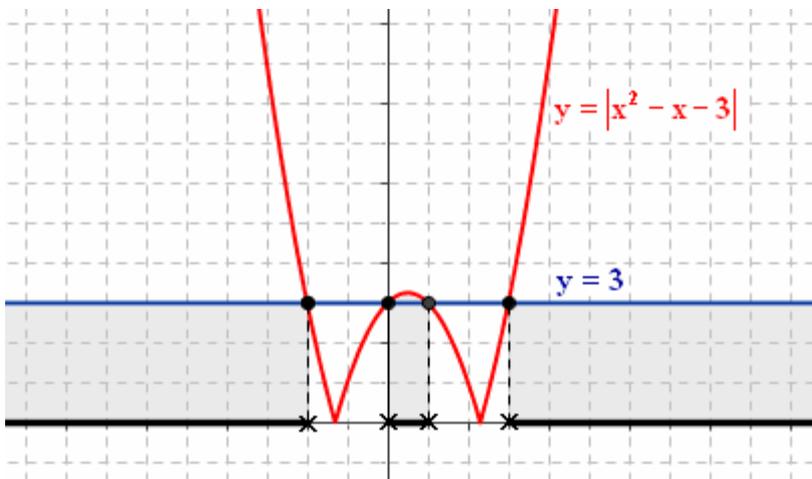
$$x^2 - x < 0 \quad \vee \quad x^2 - x - 6 > 0$$

$$x(x-1) < 0 \quad \vee \quad (x+2)(x-3) > 0$$

$$\boxed{0 < x < 1} \quad \vee \quad \boxed{x < -2} \vee \boxed{x > 3}$$

Quindi l'insieme delle soluzioni di questa disequazione

$$\text{è } \boxed{S = (-\infty, -2) \cup (0, 1) \cup (3, +\infty)}$$



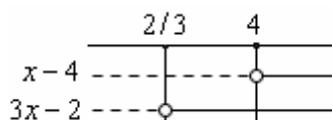
10)

$$|x-4| < |3x-2|$$

Studio dei segni delle espressioni entro stanghette:

$$x-4 > 0 \quad x > 4$$

$$3x-2 > 0 \quad x > 2/3$$



Distinzione di casi:

$$x \leq \frac{2}{3}: \quad -x+4 < -3x+2; \quad 2x < -2; \quad x < -1$$

$$\text{quindi } \boxed{x < -1} \left(\begin{array}{l} \text{\textit{è come risolvere il sistema}} \\ \left\{ \begin{array}{l} x \leq \frac{2}{3} \\ x < -1 \end{array} \right. \end{array} \right)$$

$$\frac{2}{3} \leq x \leq 4: \quad -x+4 < 3x-2; \quad -4x < -6; \quad x > 3/2$$

$$\text{quindi } \boxed{\frac{3}{2} < x \leq 4} \left(\begin{array}{l} \text{\textit{è come risolvere il sistema}} \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} \leq x \leq 4 \\ x > 3/2 \end{array} \right. \end{array} \right)$$

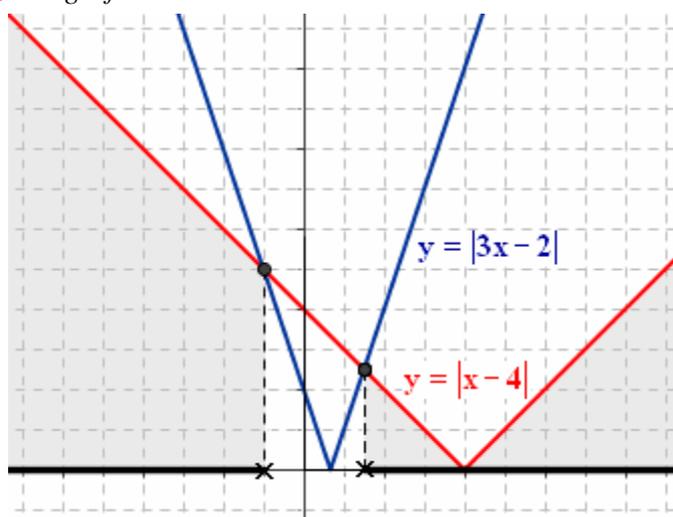
$$x \geq 4: \quad x-4 < 3x-2; \quad -2x < 2; \quad x > -1$$

$$\text{quindi } \boxed{x \geq 4} \left(\begin{array}{l} \text{\textit{è come risolvere il sistema}} \\ \left\{ \begin{array}{l} x \geq 4 \\ x > -1 \end{array} \right. \end{array} \right)$$

Facendo l'unione insiemistica degli intervalli trovati, ecco le soluzioni della disequazione:

$$\boxed{x < -1} \vee \boxed{x > \frac{3}{2}}$$

Risoluzione grafica:



Il grafico della funzione $y = |3x-2|$ si può tracciare disegnando il grafico della retta $y = 3x-2$, poi cancellandone la parte con ordinate negative per sostituirla con la sua simmetrica rispetto all'asse delle ascisse.

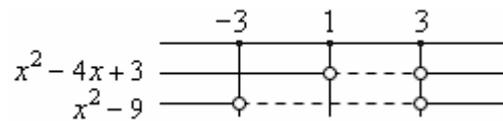
Il grafico della funzione $y = |x-4|$ si può ottenere dal grafico della "funzione madre" $y = |x|$, trasladolo a destra di 4 unità.

11)

$$|x^2 - 4x + 3| > |x^2 - 9|$$

$$x^2 - 4x + 3 > 0 \quad (x-1)(x-3) > 0 \quad x < 1 \vee x > 3$$

$$x^2 - 9 > 0 \quad x < -3 \vee x > 3$$



$$x \leq -3 \vee x \geq 3: \quad \cancel{x^2} - 4x + 3 > \cancel{x^2} - 9; \quad -4x > -12; \quad x < 3$$

$$\text{quindi } \boxed{x \leq -3} \quad \left(\text{è come risolvere il sistema } \begin{cases} x \leq -3 \vee x \geq 3 \\ x < 3 \end{cases} \right)$$

$$-3 \leq x \leq 1: \quad x^2 - 4x + 3 > -x^2 + 9; \quad 2x^2 - 4x - 6 > 0; \quad x^2 - 2x - 3 > 0; \quad x < -1 \vee x > 3$$

$$\text{quindi } \boxed{-3 \leq x < -1} \quad \left(\text{è come risolvere il sistema } \begin{cases} -3 \leq x \leq 1 \\ x < -1 \vee x > 3 \end{cases} \right)$$

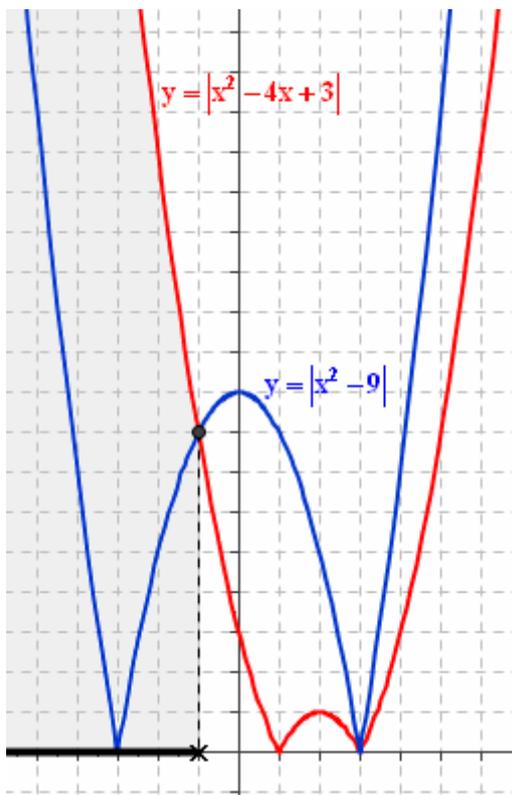
$$1 \leq x \leq 3: \quad \cancel{x^2} + 4x - 3 > \cancel{x^2} + 9; \quad 4x > 12; \quad x > 3$$

$$\text{quindi } \boxed{\text{nessuna soluz. in questo intervallo}} \quad \left(\text{è come risolvere il sistema } \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ x > 3 \end{cases} \right)$$

Facendo l'unione insiemistica degli intervalli trovati, ecco le soluzioni della disequazione:

$$\boxed{x < -1}$$

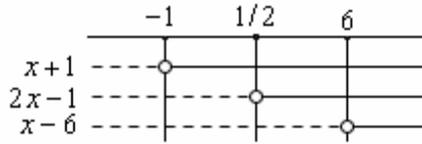
Risoluzione grafica:



12)

$$|x+1| + |2x-1| < |x-6|$$

$$\begin{aligned} x+1 > 0 & \quad x > -1 \\ 2x-1 > 0 & \quad x > 1/2 \\ x-6 > 0 & \quad x > 6 \end{aligned}$$



$$\begin{cases} x \leq -1 \\ \cancel{x+1} - \cancel{2x-1} < \cancel{x} + 6; x > -3 \end{cases} \quad \boxed{-3 < x \leq -1}$$

$$\begin{cases} -1 \leq x \leq 1/2 \\ \cancel{x+1} - \cancel{2x-1} < \cancel{x} + 6; 2 < 6 \text{ sempre verificata} \end{cases} \quad \boxed{-1 \leq x \leq 1/2}$$

$$\begin{cases} 1/2 \leq x \leq 6 \\ \cancel{x+1} + \cancel{2x-1} < \cancel{x} + 6; 4x < 6 \quad x < 3/2 \end{cases} \quad \boxed{1/2 \leq x < 3/2}$$

$$\begin{cases} x \geq 6 \\ \cancel{x+1} + \cancel{2x-1} < \cancel{x} - 6; x < -3 \end{cases} \quad \boxed{\text{ sistema impossibile}}$$

Facendo l'unione insiemistica degli intervalli ottenuti si ottengono le soluzioni:

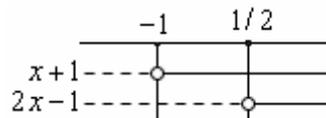
$$\boxed{-3 < x < \frac{3}{2}}$$

Risoluzione grafica

Grafico della funzione a 1° membro

$$y = |x+1| + |2x-1|$$

Il quadro sinottico, limitandoci alle espressioni che compaiono a 1° membro, è



e ne traiamo che la funzione considerata diventa:

$$\text{Per } \boxed{x \leq -1}: \quad \boxed{y = -x - 2x - 1 = -3x - 1}$$

$$\text{Per } \boxed{-1 \leq x \leq 1/2}: \quad \boxed{y = x + 1 - 2x + 1 = -x + 2}$$

$$\text{Per } \boxed{x \geq 1/2}: \quad \boxed{y = x + 1 + 2x - 1 = 3x}$$

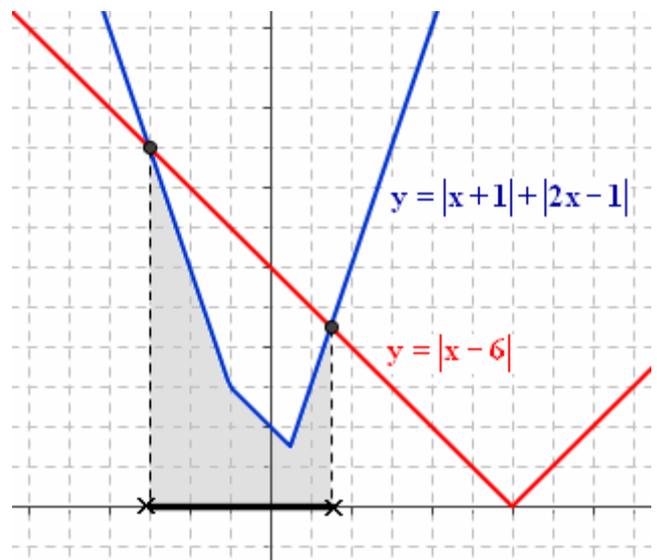
quindi il suo grafico è costituito da una semiretta, un segmento e un'altra semiretta che "si tengono per mano".

Il grafico del 2° membro

$$y = |x-6|$$

si può ottenere immediatamente traslando di 6 unità verso destra il grafico della funzione $y = |x|$.

La risoluzione grafica riportata qui a destra, e conferma i risultati di quella algebrica.

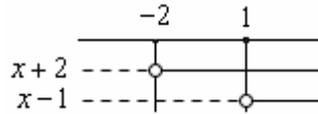


16)

$$\begin{cases} |x+2| + x \\ |x-1| - 3 \end{cases} < 0$$

$$x+2 > 0 \quad x > -2$$

$$x-1 > 0 \quad x > 1$$



$$\begin{cases} x \leq -2 \\ \frac{-x-2+x}{-x+1-3} < 0 \end{cases} \quad \frac{-2}{-x-2} < 0 \quad \text{NOTA 1} \quad \frac{2}{x+2} < 0 \quad \text{NOTA 2} \quad x < -2$$

SOLUZIONI
1° SISTEMA:
 $x < -2$

$$\begin{cases} -2 \leq x \leq 1 \\ \frac{x+2+x}{-x+1-3} < 0 \end{cases} \quad \frac{2x+2}{-x-2} < 0 \quad \text{NOTA 3} \quad \frac{2x+2}{x+2} > 0 \quad \text{NOTA 4} \quad x < -2 \vee x > -1$$

SOLUZIONI
2° SISTEMA:
 $-1 < x \leq 1$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ \frac{x+2+x}{x-1-3} < 0 \end{cases} \quad \frac{2x+2}{x-4} < 0 \quad \text{NOTA 5} \quad -1 < x < 4$$

SOLUZIONI
3° SISTEMA:
 $1 \leq x < 4$

Le soluzioni della nostra disequazione sono dunque: $x < -2$ \vee $-1 < x < 4$

NOTA 1

Una frazione *non muta* il suo valore

se cambiamo *sia* il segno del numeratore *che* quello del denominatore.

Perciò la disequazione $\frac{-2}{-x-2} < 0$ è equivalente alla disequazione $\frac{2}{x+2} < 0$.

NOTA 2

Per risolvere la $\frac{2}{x+2} < 0$ non è necessario fare schemi particolari, basta un banale ragionamento!

Una frazione, il cui numeratore è positivo, risulta < 0 in quei casi in cui è < 0 il denominatore.

NOTA 3

Qui abbiamo cambiato i segni a denominatore *soltanto*; ma in questo modo, cambia di segno la frazione, quindi *occorre cambiare il verso* della disequazione.

NOTA 4

La disequazione $\frac{2x+2}{x+2} > 0$ è equivalente alla $\frac{2x+2^1}{x+2} > 0$.

Per risolvere, poi, la $\frac{x+1}{x+2} > 0$ si utilizzerà lo schema riportato qui a fianco

oppure, più rapidamente, si potrà ragionare così:

il QUOZIENTE $\frac{x+1}{x+2}$ è > 0 esattamente in quegli stessi casi nei quali

il PRODOTTO $(x+1)(x+2)$ è > 0 .

Ma la disequazione $(x+1)(x+2) > 0$

ha un'equazione associata che ammette come soluzioni -2 e -1 , ed è verificata per i "VALORI ESTERNI" $x < -2 \vee x > -1$.

NOTA 5

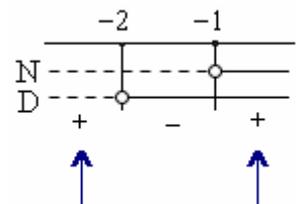
Esattamente come per la NOTA 4, la disequazione $\frac{2x+2}{x-4} < 0$, che è equivalente alla $\frac{x+1}{x-4} < 0$, può essere risolta col solito schemino per le diseq. fratte, oppure con un ragionamento più rapido:

chiedersi quando risulta $\frac{x+1}{x-4} < 0$ equivale a chiedersi quando risulta $(x+1)(x-4) < 0$:

disequazione, questa, di 2° grado, che è verificata per VALORI INTERNI

all'intervallo che ha come estremi le soluzioni dell'equazione associata,

le quali si "leggono" dalla scomposizione in fattori e sono quindi -1 e 4 : $-1 < x < 4$.

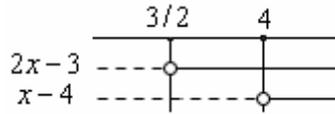


17)

$$\frac{x^2 - |2x-3|}{x|x-4|} \geq 0$$

$$2x-3 > 0 \quad x > 3/2$$

$$x-4 > 0 \quad x > 4$$



1° sistema

$$\begin{cases} x \leq 3/2 \\ \frac{x^2 - (-2x+3)}{x(-x+4)} \geq 0 \end{cases} \quad \frac{x^2+2x-3}{x(-x+4)} \geq 0 \quad \frac{(x+3)(x-1)}{x(-x+4)} \geq 0 \quad \frac{(x+3)(x-1)}{x(x-4)} \leq 0$$

NOTA

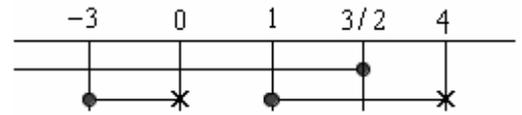
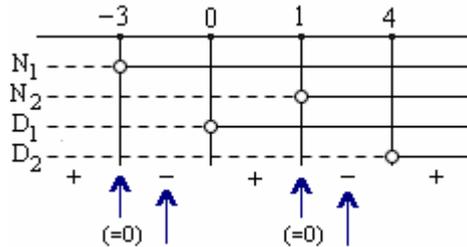
NOTA

Cambiando il segno di uno dei fattori a denominatore, cambia il segno del denominatore e quindi di tutta la frazione: bisogna cambiare anche il verso della disequazione

Disequazione fratta:

$$\frac{N_1 \quad N_2}{D_1 \quad D_2} \leq 0$$

$$\frac{(x+3)(x-1)}{x(x-4)}$$



SCHEMA PER IL SISTEMA

Sue soluzioni:

$$\boxed{-3 \leq x < 0 \vee 1 \leq x \leq 3/2}$$

SOLUZIONI 1° SISTEMA

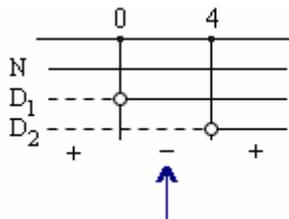
SCHEMA PER LA DISEQUAZIONE FRATTA

Sue soluzioni:

$$-3 \leq x < 0 \vee 1 \leq x < 4$$

2° sistema

$$\begin{cases} 3/2 \leq x \leq 4 \\ \frac{x^2 - (2x-3)}{x(-x+4)} \geq 0 \end{cases} \quad \frac{x^2-2x+3}{x(x-4)} \leq 0$$



Qui il numeratore N è > 0 per ogni valore di x in quanto è un trinomio di 2° grado con $\Delta < 0$ e 1° coeff. > 0

Lo schema per il sistema si può evitare, data la semplicità della situazione:

$$\begin{cases} 3/2 \leq x \leq 4 \\ 0 < x < 4 \end{cases}$$

è verificato per

$$\boxed{3/2 \leq x < 4}$$

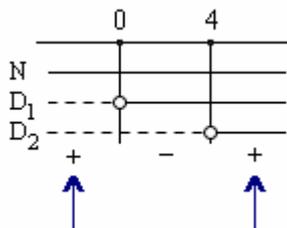
SOLUZIONI 2° SISTEMA

SCHEMA PER LA DISEQUAZIONE FRATTA

Sue soluzioni: $0 < x < 4$

3° sistema

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ \frac{x^2 - (2x-3)}{x(x-4)} \geq 0 \end{cases} \quad \frac{x^2-2x+3}{x(x-4)} \geq 0$$



SCHEMA PER LA DISEQUAZIONE FRATTA

Sue soluzioni: $x < 0 \vee x > 4$

Lo schema per il sistema si può evitare, data la semplicità della situazione:

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ x < 0 \vee x > 4 \end{cases}$$

è verificato per

$$\boxed{x > 4}$$

SOLUZIONI 3° SISTEMA

Facendo l'unione insiemistica degli intervalli trovati, ecco le soluzioni della disequazione:

$$\boxed{-3 \leq x < 0 \vee x \geq 1, \text{ ma } x \neq 4}$$

18)

$$\frac{|1-3x|-5}{|x-1|} < 0$$

Qui il denominatore è positivo per ogni x , tranne che per $x=1$ (con $x=1$ si annulla): scriviamo dunque la condizione $x \neq 1$, per ricordarci che il valore 1 non può essere soluzione, e mandiamolo via.

Avremo

$$\frac{|1-3x|-5}{\cancel{|x-1|}} < 0 \quad (x \neq 1)$$

$$|1-3x| < 5$$

$$-5 < 1-3x < 5$$

$$-6 < -3x < 4$$

$$6 > 3x > -4$$

$$2 > x > -4/3$$

$$\boxed{-\frac{4}{3} < x < 2 \dots \text{ma } x \neq 1}$$

19)

$$\frac{|x-2|}{|x-4|} < 1$$

$$-1 < \frac{x-2}{x-4} < 1$$

Non avrai mica la tentazione di spedir via il denominatore moltiplicando per $(x-4)$?

In questo caso, **NON FARLO**, perché sarebbe *GRAVE ERRORE*:

infatti la quantità $(x-4)$ può assumere sia segno positivo che segno negativo,

e in una disequazione è possibile moltiplicare per una quantità solo se questa ha segno costante (se poi ha segno positivo, il verso si conserva; se ha segno negativo, il verso cambia).

La doppia limitazione equivale invece al sistema:

$$\begin{cases} \frac{x-2}{x-4} > -1 \\ \frac{x-2}{x-4} < 1 \end{cases}$$

$$\text{1a disequazione: } \frac{x-2}{x-4} > -1 \quad \frac{x-2}{x-4} + 1 > 0 \quad \frac{x-2+x-4}{x-4} > 0 \quad \frac{2x-6}{x-4} > 0 \quad x < 3 \vee x > 4$$

$$\text{2a disequazione: } \frac{x-2}{x-4} < 1 \quad \frac{x-2}{x-4} - 1 < 0 \quad \frac{\cancel{x} - 2 - \cancel{x} + 4}{x-4} < 0 \quad \frac{2}{x-4} < 0 \quad x < 4$$

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x < 3 \vee x > 4 \\ x < 4 \end{cases} \quad \text{da cui } \boxed{x < 3}$$

Se vuoi, puoi controllare che alle stesse soluzioni si perverrebbe anche portando sotto la forma

$$\frac{|x-2|}{|x-4|} < 1,$$

studiando il segno delle due espressioni entro stanghette e distinguendo i vari casi.

20)

$$\left| \frac{x+3}{x-5} \right| > 2$$

$$\frac{x+3}{x-5} < -2 \quad \vee \quad \frac{x+3}{x-5} > 2$$

$$\frac{x+3}{x-5} + 2 < 0 \quad \vee \quad \frac{x+3}{x-5} - 2 > 0$$

$$\frac{x+3+2x-10}{x-5} < 0 \quad \vee \quad \frac{x+3-2x+10}{x-5} > 0$$

$$\frac{3x-7}{x-5} < 0 \quad \vee \quad \frac{-x+13}{x-5} > 0$$

$$7/3 < x < 5 \quad \vee \quad 5 < x < 13$$

quindi, in definitiva,

$$\boxed{7/3 < x < 13 \text{ ma } x \neq 5}$$

21)

$$\boxed{\left| \frac{3x-1}{x-3} \right| \leq 2}$$

$$-2 \leq \frac{3x-1}{x-3} \leq 2$$

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{x-3} \geq -2 \\ \frac{3x-1}{x-3} \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{1a disequazione: } \frac{3x-1}{x-3} \geq -2 \quad \frac{3x-1}{x-3} + 2 \geq 0 \quad \frac{3x-1+2x-6}{x-3} \geq 0 \quad \frac{5x-7}{x-3} \geq 0 \quad x \leq \frac{7}{5} \vee x > 3$$

$$\text{2a disequazione: } \frac{3x-1}{x-3} \leq 2 \quad \frac{3x-1}{x-3} - 2 \leq 0 \quad \frac{3x-1-2x+6}{x-3} \leq 0 \quad \frac{x+5}{x-3} \leq 0 \quad -5 \leq x < 3$$

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x \leq \frac{7}{5} \vee x > 3 \\ -5 \leq x < 3 \end{cases} \text{ da cui } \boxed{-5 \leq x \leq \frac{7}{5}}$$

22)

$$\boxed{\frac{x^2-4}{x} > 3}$$

$$\frac{x^2-4}{x} < -3 \quad \vee \quad \frac{x^2-4}{x} > 3$$

$$\frac{x^2-4}{x} + 3 < 0 \quad \vee \quad \frac{x^2-4}{x} - 3 > 0$$

$$\frac{x^2-4+3x}{x} < 0 \quad \vee \quad \frac{x^2-4-3x}{x} > 0$$

$$\frac{x^2+3x-4}{x} < 0 \quad \vee \quad \frac{x^2-3x-4}{x} > 0$$

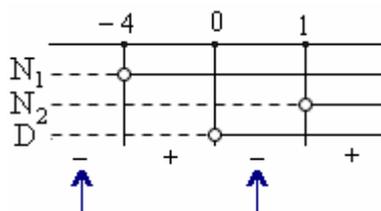
$$\frac{(x+4)(x-1)}{x} < 0 \quad \vee \quad \frac{(x+1)(x-4)}{x} > 0$$

$$\boxed{x < -4 \vee 0 < x < 1} \quad \vee \quad \boxed{-1 < x < 0 \vee x > 4}$$

Prima

disequazione

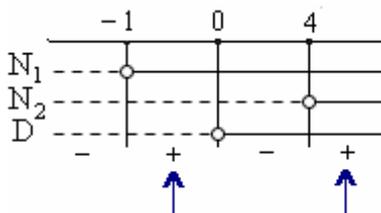
$$\frac{(x+4)(x-1)}{x} < 0$$



Seconda

disequazione

$$\frac{(x+1)(x-4)}{x} > 0$$



In definitiva, le soluzioni della disequazione proposta possono essere scritte sotto la forma "compatta"

$$\boxed{x < -4 \vee (-1 < x < 1 \text{ ma } x \neq 0) \vee x > 4}$$

23)

$$|x^2-9| + |x-3| > 0$$

Un valore assoluto è sempre ≥ 0 ,

quindi la somma di due valori assoluti sarà a sua volta sempre ≥ 0 ,

e anzi sarà generalmente > 0 ,

a meno che si annullino simultaneamente ENTRAMBI i valori assoluti.

Nel nostro caso, ci domandiamo,

possono i due valori assoluti annullarsi contemporaneamente entrambi?

Dunque:

$$x^2-9=0 \text{ per } x = \pm 3$$

$$\text{e } x-3=0 \text{ per } x=3$$

perciò in effetti esiste un valore di x (il valore 3)

per il quale si annulla sia l'una che l'altra espressione entro le stanghette,

quindi sia l'uno che l'altro valore assoluto.

Di conseguenza, la nostra disequazione è verificata per tutti i valori di x , tranne il 3:

$$\boxed{x \neq 3}$$

24)

$$|x^2 - x - 2| + |2x^2 + x - 6| > 0$$

Un valore assoluto è sempre ≥ 0 ,

quindi la somma di due valori assoluti sarà a sua volta sempre ≥ 0 ,

e anzi sarà generalmente > 0 ,

a meno che si annullino simultaneamente ENTRAMBI i valori assoluti.

Nel nostro caso, ci domandiamo,

possono i due valori assoluti annullarsi contemporaneamente entrambi?

Dunque:

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{ per } x = -1 \vee x = 2$$

e

$$2x^2 + x - 6 = 0 \text{ per } x = -2 \vee x = \frac{3}{2}$$

perciò *non esiste nessun* valore di x

per il quale si annullano *simultaneamente sia l'una che l'altra* espressione entro le stanghette,

quindi sia l'uno che l'altro valore assoluto.

Di conseguenza, la nostra disequazione è

SEMPRE VERIFICATA, senza eccezioni.

25)

$$\left| \frac{4x+3}{x^2+3} \right| < 1$$

Qui conviene decisamente spezzare in

$$\left| \frac{4x+3}{x^2+3} \right| < 1$$

per approfittare del fatto che è $x^2 + 3 > 0 \forall x$

e riscrivere quindi sotto la forma più semplice

$$\frac{|4x+3|}{x^2+3} < 1$$

Possiamo ora, **eccezionalmente in una disequazione**,

moltiplicare per il denominatore,

proprio perché questo è strettamente positivo per ogni valore di x :

$$|4x+3| < x^2+3$$

e a questo punto, *ancora una volta a motivo della positività di $x^2 + 3$* , scrivere

$$-(x^2+3) < 4x+3 < x^2+3$$

da cui:

$$\begin{cases} 4x+3 > -x^2-3 \\ 4x+3 < x^2+3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+4x+6 > 0 \text{ sempre verificata } (\Delta < 0) \\ x^2-4x > 0 \end{cases}$$

$$x(x-4) > 0 \quad x < 0 \vee x > 4$$

Le **soluzioni** del sistema, quindi della disequazione proposta, sono

$$\boxed{x < 0 \vee x > 4}$$

26)

$$3 < |x-4| < 5$$

$$3 < x-4 < 5 \vee -5 < x-4 < -3$$

$$\boxed{7 < x < 9 \vee -1 < x < 1}$$

In alternativa, ma è un po' più lungo:

$$\left\{ \begin{array}{l} |x-4| > 3; \quad x-4 > 3 \vee x-4 < -3; \quad x > 7 \vee x < 1 \\ |x-4| < 5; \quad -5 < x-4 < 5; \quad -1 < x < 9 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 7 \vee x < 1 \\ -1 < x < 9 \end{array} \right. \quad \boxed{-1 < x < 1 \vee 7 < x < 9}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 7 \vee x < 1 \\ -1 < x < 9 \end{array} \right. \quad \boxed{-1 < x < 1 \vee 7 < x < 9}$$

27)

$$\frac{3}{|x-4|} > 7$$

Se due numeri POSITIVI sono disuguali, i loro reciproci sono disuguali in senso contrario!

(Passando ai reciproci, tuttavia,

occorrerà scrivere la condizione $\boxed{x \neq 4}$ legata alla presenza del denominatore $x-4$)

$$\frac{|x-4|}{3} < \frac{1}{7}$$

$$7|x-4| < 3$$

$$|7x-28| < 3$$

$$-3 < 7x-28 < 3$$

$$25 < 7x < 31$$

$$\boxed{\frac{25}{7} < x < \frac{31}{7} \text{ ma } x \neq 4}$$