1. DI COSA SI OCCUPA LA “GEOMETRIA ANALITICA”

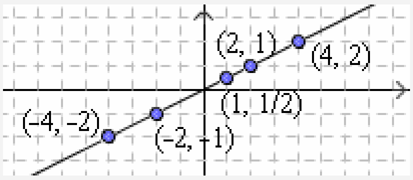
**La Geometria Analitica sviluppa l’idea secondo la quale,
così come un singolo punto del piano cartesiano
è individuato, ossia è localizzato in modo univoco, dalla coppia (a,b) delle sue coordinate,
altrettanto una linea (curva o retta) sul piano cartesiano, se è sufficientemente regolare,
potrà essere individuata da un’equazione nelle due variabili x e y,
nel senso che potrà essere associata a un’opportuna equazione nelle due variabili x, y
LA QUALE SIA VERIFICATA DALLA COPPIA (x, y) DELLE COORDINATE
DI TUTTI I PUNTI DELLA CURVA, E DI ESSI SOLTANTO.**

A)

**Ad un’equazione in due variabili,
tanto se essa si presenta sotto la forma $y = f(x)$ (detta “forma esplicita”),
quanto sotto la forma $F(x, y) = 0$ (“forma implicita”),
è possibile associare sul piano cartesiano un insieme di punti, e precisamente
l’insieme di tutti e soli punti (x, y) tali che la coppia (x, y) sia soluzione dell’equazione.**

Tale insieme di punti può essere chiamato, indifferentemente, “il grafico” dell’equazione considerata, “la curva associata” all’equazione considerata, o “il luogo geometrico associato” all’equazione considerata.

Ad es., all’equazione $y = \frac{1}{2}x$ corrisponde l’insieme di tutti e soli i punti, tali che la coppia (x, y) delle loro coordinate soddisfi l’equazione. Si tratta dunque di quei punti la cui ordinata è metà dell’ascissa: ed essi formano una retta (figura qui a fianco).



B)

E VICEVERSA: data, sul piano cartesiano, una curva γ con certe ben determinate caratteristiche: ad es.,

- una circonferenza di cui siano note le coordinate del centro e la misura del raggio
- oppure una retta passante per due punti di coordinate assegnate
  (per evitare equivoci: considereremo sempre la “retta” come un caso particolare di “curva”!)
- oppure ancora, il luogo geometrico dei punti aventi la proprietà di essere equidistanti da un punto fissato e da una retta fissata
- ecc. ecc. ecc.

è possibile risalire all’equazione a cui tale curva è associata!!!

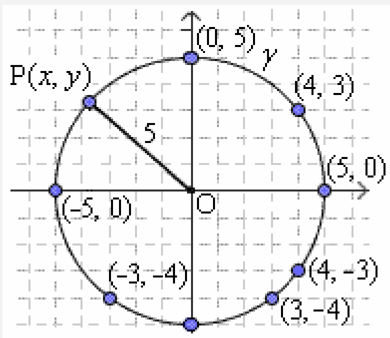
Si tratterà di trovare un’uguaglianza, contenente x e y,
la quale sia verificata dalle coordinate di *tutti e soli* i punti che fanno parte della curva in questione.

**L’equazione di una assegnata curva γ si scriverà
traducendo in coordinate una proprietà “CARATTERISTICA” dei punti di γ,
ossia una proprietà di cui godono TUTTI I PUNTI di γ ED ESSI SOLTANTO.**

Prendiamo ad es. la circonferenza di centro l’origine e raggio 5. Per determinare l’equazione di questa curva γ, cercheremo di stabilire quale sia la condizione alla quale deve soddisfare un punto (x, y) del piano cartesiano, per appartenervi. γ è il luogo dei punti del piano cartesiano, la cui distanza dall’origine è uguale a 5 unità di misura. Quindi un punto $\mathrm{P}(x, y)$ del piano cartesiano apparterrà a γ se e soltanto se risulterà $\mathrm{PO} = 5$. Ma per quali valori della coppia (x, y) è verificata la relazione $\mathrm{PO} = 5$? Se noi traduciamo in coordinate la relazione $\mathrm{PO} = 5$, otterremo (vedi qui a fianco)

$$\boxed{x^2 + y^2 = 25}$$

che è perciò l’equazione cercata. Un punto del piano cartesiano fa parte della circonferenza γ se e solo se la coppia (x, y) delle sue coordinate soddisfa a tale equazione.



La distanza fra due punti (x_1, y_1) e (x_2, y_2) nel piano cartesiano è data dalla formula

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$. Dunque

$$\mathrm{PO} = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

per cui si avrà $\mathrm{PO} = 5$ se e solo se

$\sqrt{x^2 + y^2} = 5$ o anche $\boxed{x^2 + y^2 = 25}$