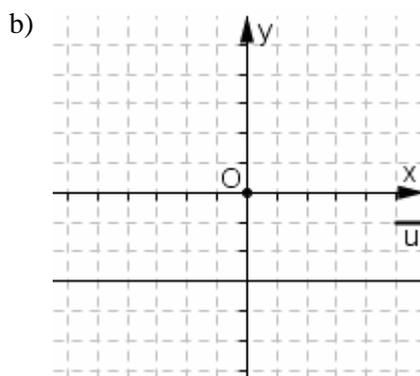
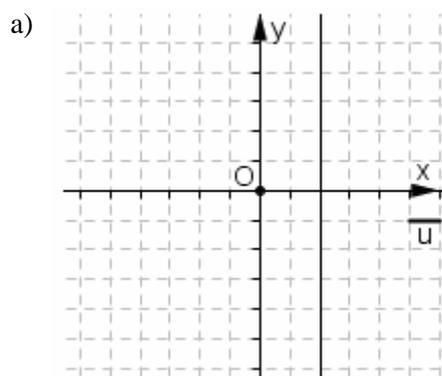


10. ESEMPI ed ESERCIZI (LE RISPOSTE AI QUESITI SONO ALLA FINE DELLA RASSEGNA)

1) Disegna (se vuoi, puoi anche utilizzare un unico riferimento cartesiano!) le rette di equazioni:

a) $x = 4$ b) $y = 4$ c) $x = -4$ d) $y = -4$ e) $x = 0$ f) $y = 0$ g) $y = \frac{1}{2}$ h) $3y + 4 = 0$

2) Scrivi le equazioni delle rette qui sotto raffigurate:



3) Considera il punto $A(k+1, 2k-3)$, dove k è un parametro.

I) Disegna la posizione che il punto A assume:

per $k = 3$; per $k = 2$; per $k = 1$; per $k = \frac{1}{2}$; per $k = 0$; per $k = -1$; per $k = -2$; per $k = -3$

II) Per quale valore del parametro k il punto $A(k+1, 2k-3)$:

- | | |
|---|--|
| a) appartiene alla retta di equazione $x = 4$? | b) appartiene alla retta di equazione $y = -4$? |
| c) appartiene all'asse x ? | d) appartiene all'asse y ? |
| e) ha distanza dall'origine uguale a 5? | f) coincide con l'origine? |

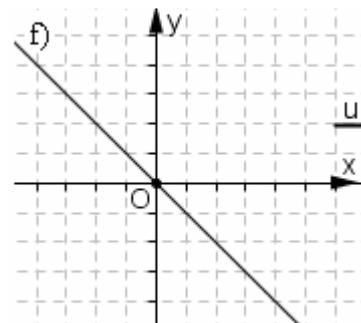
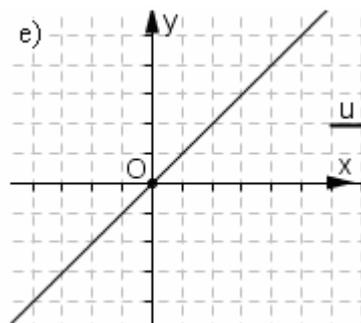
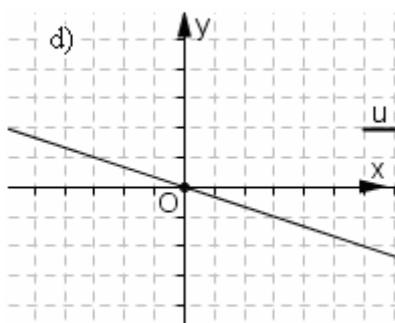
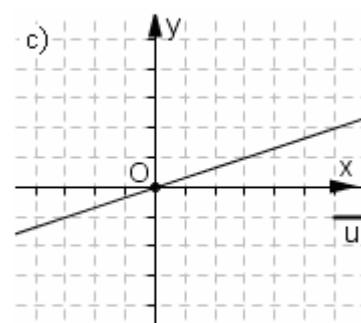
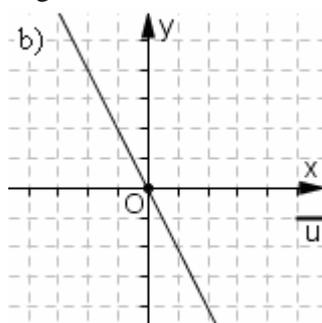
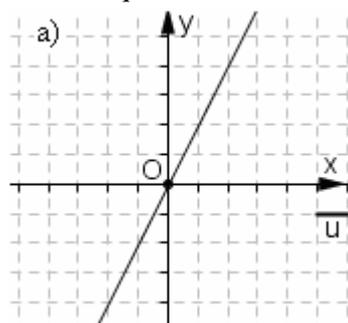
4) Dato il punto $P(x, y)$, scrivi l'espressione, contenente x e/o y , che fornisce la distanza (assoluta) di P:

a) dall'origine b) dall'asse x c) dall'asse y d) dalla retta di eq. $y = 4$ e) dalla retta di eq. $x = 4$

5) Disegna (puoi utilizzare un unico riferimento cartesiano) le rette di equazioni:

a) $y = 3x$ b) $y = 4x$ c) $y = -4x$ d) $y = \frac{1}{4}x$ e) $y = -\frac{1}{4}x$ f) $y = x$ g) $y = -x$ h) $5x + y = 0$

6) Scrivi le equazioni delle rette qui sotto raffigurate:



7) Se un punto P ha coordinate (x, y) , che coordinate avrà il punto simmetrico di P rispetto:

a) all'origine? b) alla bisettrice del 1° e 3° quadrante? c) alla bisettrice del 2° e 4° quadrante?

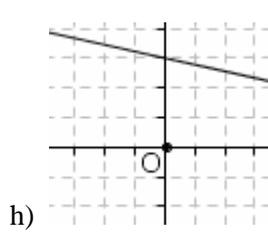
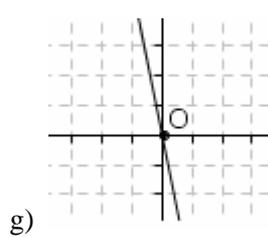
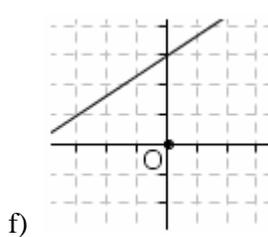
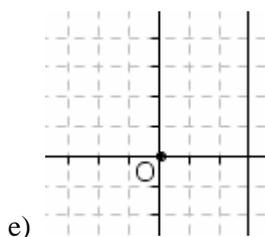
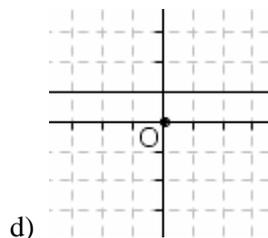
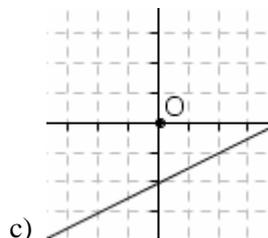
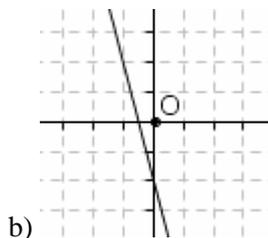
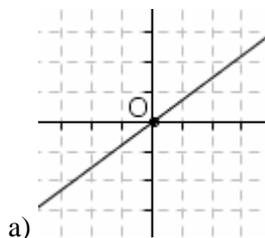
8) Disegna le rette di equazioni:

a) $y = 2x + 1$ b) $y = 2x + 3$ c) $y = -2x + 3$ d) $y = -2x - 3$ e) $y = x + 4$ f) $x + y + 4 = 0$

g) $y = 4x + 1$ h) $y = 4x - 1$ i) $y = \frac{1}{4}x + 2$ l) $y = -\frac{1}{4}x - 2$ m) $y = 5x - 5$ n) $3x - 5y + 1 = 0$

9) Fra le rette qui sotto rappresentate, stabilisci quali sono quelle che hanno

I) $m > 0$ II) $m < 0$ III) $m = 0$ IV) $q > 0$ V) $q < 0$ VI) $q = 0$



10) E' data una retta di equazione $y = 3x + q$. Determinare q supponendo che la retta passi:

a) per l'origine b) per il punto $A(1,1)$ c) per il punto $B(4,6)$ d) per il punto $C\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$

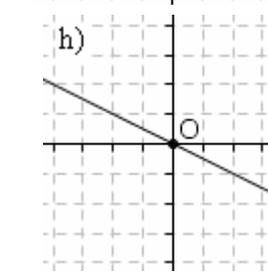
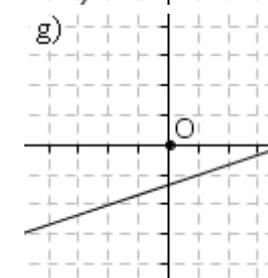
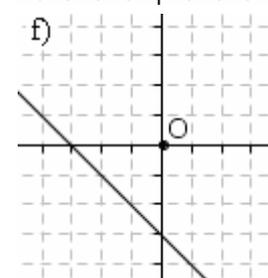
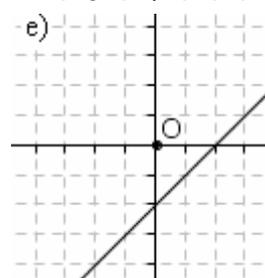
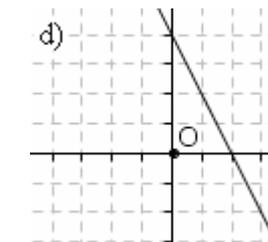
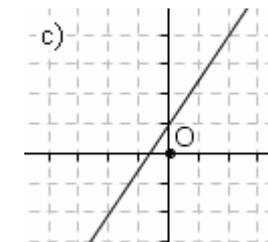
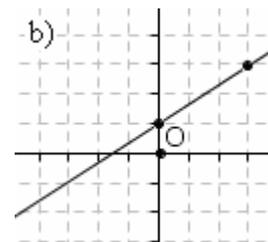
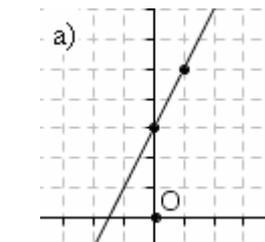
11) E' data una retta di equazione $y = mx + 3$. Determinare m supponendo che la retta:

a) passi per l'origine b) passi per il punto $D(1,1)$ c) passi per il punto $E(5,4)$ d) passi per $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$
 e) sia parallela alla retta di equazione $y = 4x$ f) sia parallela all'asse delle ascisse.

12) E' data una retta di equazione $y = mx + q$. Determinare m e q supponendo che la retta passi:

a) per $A(1,1)$ e per $B(2,3)$ b) per $A(-1,3)$ e per $B(3,-1)$ c) per $A(-3,-1)$ e per $B(1,2)$
 d) per $A(-2,1)$ e per $B(4,-2)$ e) per $A(-5,-2)$ e per $B(3,-1)$ f) per $A(-4,3)$ e per $B(-4,1)$

13) Scrivi le eqnaz. delle rette seguenti (puoi scegliere due punti sul grafico e operare come nell'es. precedente):



14) Trova algebricamente il punto d'intersezione delle seguenti coppie di rette, poi disegna per controllare:

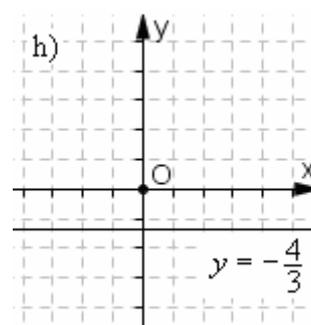
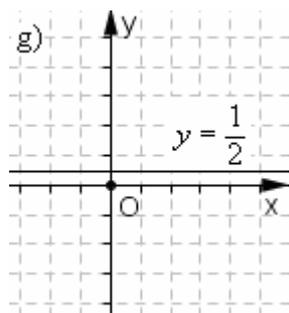
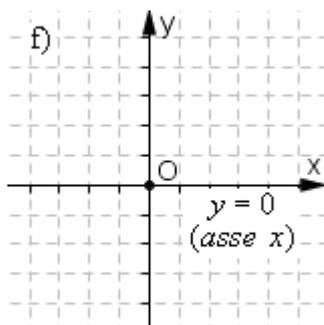
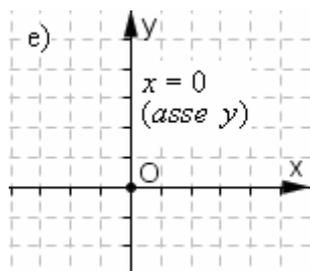
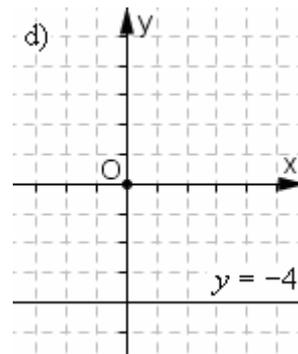
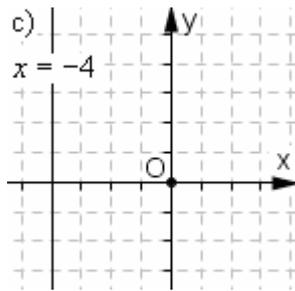
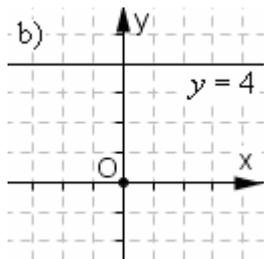
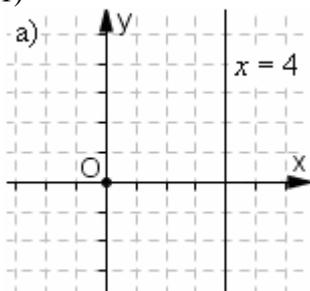
a) $r: y = x + 1$, $s: y = 2x + 4$ b) $r: y = 4x - 3$, $s: y = x$ c) $r: y = 4$, $s: 3x - y = 0$

d) $r: y = -\frac{1}{2}x + 2$, $s: y = -\frac{1}{3}x + 3$ e) $r: y = -3x + 2$, $s: \text{asse } x$ f) $r: y = 14x + 7$, $s: y = -6x + 7$

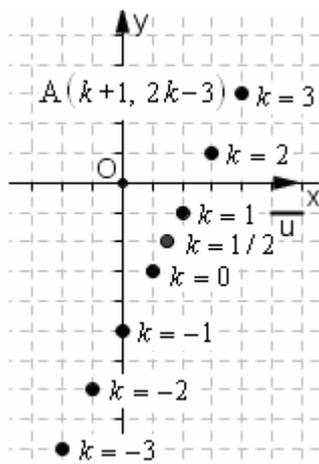
15) Cos'hanno in comune le due rette di equazioni $r: 15x - 5y - 30 = 0$, $s: 6x - 2y - 12 = 0$?

RISPOSTE

1)

2) a) $x = 2$ b) $y = -3$

3)



D) (vedi figura)

Le varie posizioni di $A(k+1, 2k-3)$ sembrano distribuite su di una retta.

Sarà proprio così?

Sì, perché se un punto ha come coordinate

$$\begin{aligned} x &= k+1 \\ y &= 2k-3 \end{aligned}$$

allora, per ogni valore di k , si ha

$$\begin{aligned} k &= x-1 \\ y &= 2(x-1)-3; \quad \boxed{y = 2x-5} \end{aligned}$$

per cui il punto starà sulla retta di equazione, appunto, $y = 2x-5$

$$3y+4=0$$

$$y = -\frac{4}{3}$$

$$-\frac{4}{3} = -\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = -1 - \frac{1}{3}$$

II) a) Se $k+1=4$, quindi per $k=3$ b) Per $k=-\frac{1}{2}$ c) Per $k=\frac{3}{2}$ d) Per $k=-1$

e) Se $\sqrt{(k+1)^2 + (2k-3)^2} = 5$; $(k+1)^2 + (2k-3)^2 = 25$; (equazione di 2° grado) $k = -1 \vee k = 3$

f) Non può coincidere con l'origine, per nessun valore di k .

Infatti il sistema $\begin{cases} k+1=0 \\ 2k-3=0 \end{cases}$ è impossibile. D'altronde, la retta $y = 2x-5$ non passa per l'origine.

4) a) $PO = \sqrt{x^2 + y^2} = \text{distanza dall'origine}$

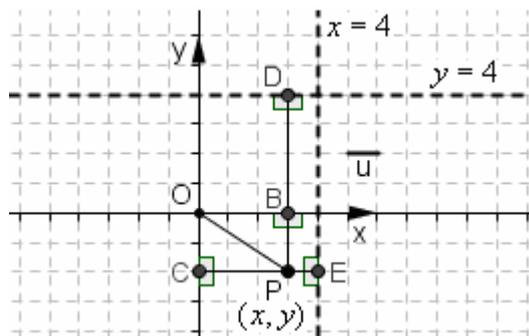
b) $PB = |y| = \text{distanza da asse } x$

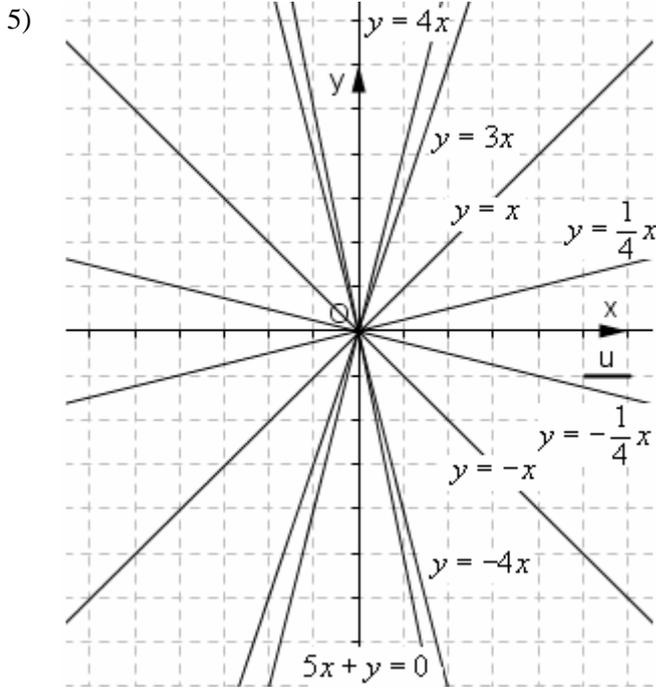
c) $PC = |x| = \text{distanza da asse } y$

d) $PD = |y-4| = \text{distanza da retta } y = 4$

e) $PE = |x-4| = \text{distanza da retta } x = 4$

Immagina di spostare P portandolo in diverse posizioni nel piano cartesiano e in diversi quadranti: ti renderai conto che le stanghette di valore assoluto ci vogliono proprio.



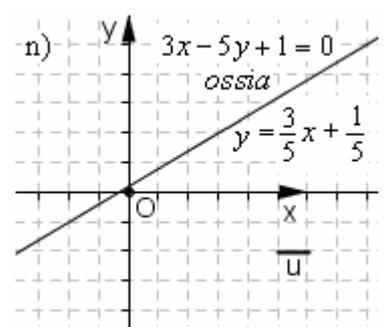
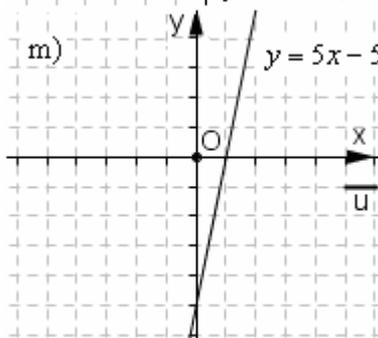
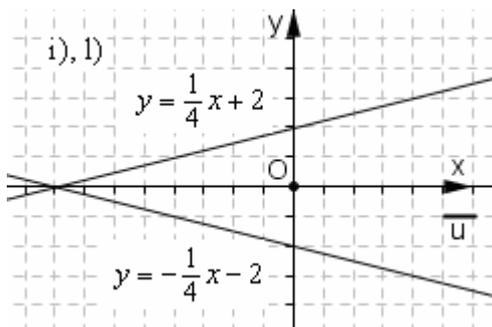
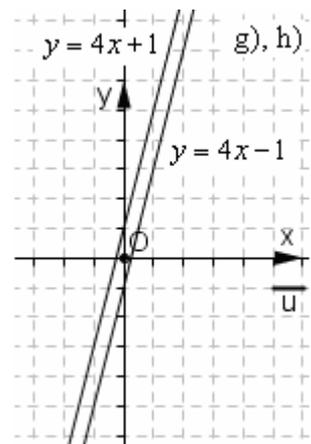
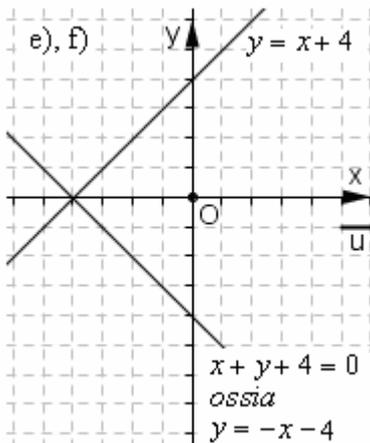
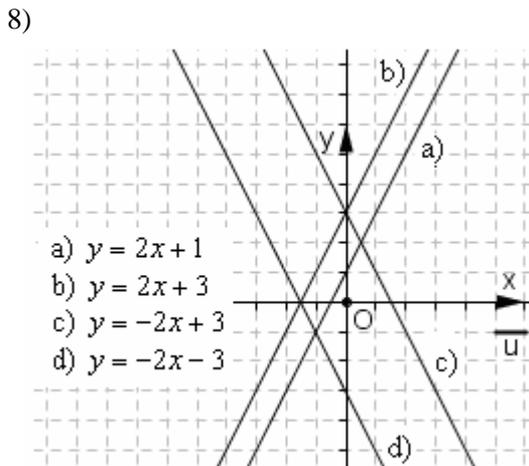
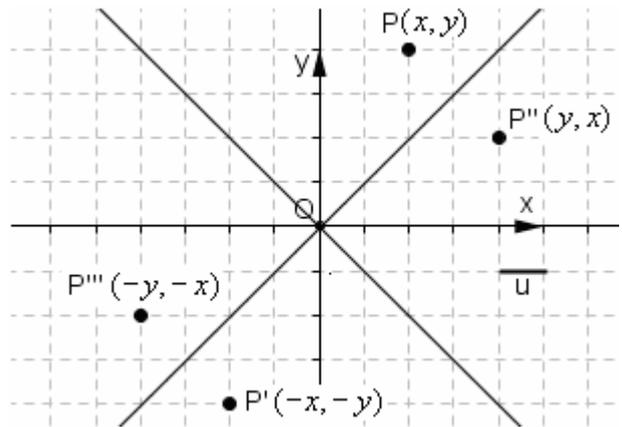


6) Sono tutte rette non verticali per l'origine, quindi la loro equazione sarà della forma $y = mx$; si tratta solo di determinare, caso per caso, il coefficiente angolare m !

Se ricordiamo che $m = \frac{y}{x}$, ossia che m è uguale al rapporto fra l'ordinata e l'ascissa di un punto qualsiasi della retta in esame, avremo:

- a) $y = 2x$
- b) $y = -2x$
- c) $y = \frac{1}{3}x$
- d) $y = -\frac{1}{3}x$
- e) $y = x$
- f) $y = -x$

- 7)
- Punto $P(x, y)$
- a) Simmetrico rispetto all'origine: $P'(-x, -y)$
 - b) Simmetrico rispetto alla bisettrice del 1° e 3° quadrante: $P''(y, x)$
 - c) Simmetrico rispetto alla bisettrice del 3° e 4° quadrante: $P'''(-y, -x)$



- 9) I) $m > 0$: a, c, f II) $m < 0$: b, g, h III) $m = 0$: d
 IV) $q > 0$: d, f, h V) $q < 0$: b, c VI) $q = 0$: a, g

10) E' data una retta di equazione $y = 3x + q$.
 Determinare q supponendo che la retta passi per un punto assegnato.

- a) Per l'origine. Immediatamente: $q = 0$
 b) Per il punto A(1,1)

Allo scopo di determinare q , basta "porre la condizione di appartenenza del punto (1,1)", sostituendo le sue coordinate (1,1) al posto di (x,y) nell'equazione:

$$1 = 3 \cdot 1 + q; \quad q = -2$$

- c) Per il punto B(4,6) $q = -6$

- d) Per il punto C $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ $q = \frac{5}{2}$

11) E' data una retta di eq. $y = mx + 3$. Determinare m supponendo che la retta passi per un punto assegnato.

Si procede ponendo la condizione di appartenenza del punto, come per il quesito precedente.

Si trova:

- a) impossibile, per nessun valore di m la retta data può passare per l'origine!
 b) $m = -2$ c) $m = 1/5$ d) $m = -4/3$
 e) due rette non verticali sono parallele se hanno lo stesso coeff. angolare: $m = 4$ f) $m = 0$

12) E' data una retta di equazione $y = mx + q$.

Determinare m e q supponendo che la retta passi per due punti A, B assegnati.

- a) Per A(1,1) e per B(2,3)

Successivamente, impareremo una formula apposita per scrivere l'equazione della retta passante per due punti fissati.

Per ora, possiamo procedere nel modo seguente:

scriveremo le due condizioni di appartenenza di A e di B rispettivamente, ponendole a sistema; otterremo dunque un sistema di due equazioni nelle due incognite m, q .

Nel nostro caso il sistema sarà:

$$\begin{cases} 1 = m \cdot 1 + q \\ 3 = m \cdot 2 + q \end{cases} \text{ ossia } \begin{cases} m + q = 1 \\ 2m + q = 3 \end{cases}$$

Si trova: $\begin{cases} m = 2 \\ q = -1 \end{cases}$ per cui la retta cercata è $y = 2x - 1$

- b) $m = -1, q = 2$ c) $m = \frac{3}{4}, q = \frac{5}{4}$ d) $m = -\frac{1}{2}, q = 0$ e) $m = \frac{1}{8}, q = -\frac{11}{8}$ f) *impossibile*

- 13) a) $y = 2x + 3$ b) $y = \frac{2}{3}x + 1$ c) $y = \frac{3}{2}x + 1$ d) $y = 4 - 2x$

- e) $y = x - 2$ f) $y = -x - 3$ g) $y = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$ h) $y = -\frac{1}{2}x$

14) **Trova algebricamente il punto d'intersezione delle seguenti coppie di rette.**

Come sappiamo, per trovare i punti di intersezione fra due curve nel piano cartesiano si pongono le loro due equazioni a sistema, e si risolve quest'ultimo.

a) $r: y = x + 1, s: y = 2x + 4$ $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases} \dots \begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases} \quad r \cap s: (-3, -2)$

- b) (1,1) c) $\left(\frac{4}{3}, 4\right)$ d) (-6,5) e) $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ f) (0,7)

15) Cos'hanno in comune le due rette di equazioni $r: 15x - 5y - 30 = 0, s: 6x - 2y - 12 = 0$?

Rappresentano la stessa retta!

Infatti, semplificando la 1^a equazione per 5 e la 2^a per 2, si ottiene la stessa equazione $3x - y - 6 = 0$.

Questo esercizio è per ricordare che **i coefficienti dell'equazione di una retta in forma implicita sono "determinati a meno di un fattore di proporzionalità, ossia a meno di una costante moltiplicativa".**