

16. FASCIO IMPROPRIO DI RETTE

- **EQUAZIONE DELLA GENERICA RETTA PARALLELA AD UNA RETTA NON VERTICALE ASSEGNATA** $y = mx + q$
- **FASCIO IMPROPRIO DI RETTE**

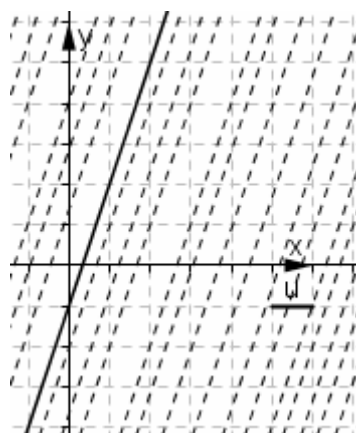
Sia data una retta $r: y = mx + q$ (esempio: $y = 3x - 1$).
La generica parallela ad r si indicherà con

$$y = mx + k,$$

dove k va pensata come una variabile, oppure come una “costante arbitraria”, un “parametro”.

Riprendendo il nostro esempio, la generica parallela alla retta $y = 3x - 1$ è la retta $y = 3x + k$, $k \in \mathbb{R}$.

L'insieme (si può anche dire: la “famiglia”) di tutte le infinite rette parallele ad una retta fissata, viene detto “fascio improprio” o “fascio di parallele”.



Nella figura, alcune fra le infinite rette del fascio improprio di tutte le parallele alla $y = 3x - 1$

Quindi possiamo dire che:

se pensiamo m fissato e k variabile, l'equazione $y = mx + k$ rappresenta il **FASCIO IMPROPRIO DELLE RETTE AVENTI COEFFICIENTE ANGOLARE m** .

Esempio: la famiglia di tutte le rette parallele alla $y = -5x + 3$ è rappresentabile con l'equazione $y = -5x + k$, $k \in \mathbb{R}$

L'equazione del fascio improprio costituito da tutte le rette parallele all'asse y è invece $x = k$, con k pensato variabile.

FASCIO IMPROPRIO IN FORMA IMPLICITA

Supponiamo che l'equazione di una data retta r sia scritta in forma implicita:
 $ax + by + c = 0$.

Allora, se si vuole rappresentare analiticamente il fascio improprio delle rette parallele ad r , il modo più veloce è di sostituire il numero assegnato c con una costante arbitraria k :

$$ax + by + k = 0, \quad k \in \mathbb{R}$$

Esempio:

la famiglia di tutte le rette parallele alla $2x - y + 5 = 0$ è rappresentabile con l'equazione $2x - y + k = 0$, $k \in \mathbb{R}$

Infatti:

$$ax + by + k = 0, \quad k \in \mathbb{R} \rightarrow \begin{cases} b \neq 0: y = -\frac{a}{b}x - \frac{k}{b} & \text{fascio delle parallele con coeff. ang. } -\frac{a}{b} \\ b = 0: ax + k = 0; x = -\frac{k}{a} & \text{fascio delle rette verticali} \end{cases}$$

ESERCIZIO

Scrivi l'equazione del fascio di rette parallele:

a) alla retta di equazione $y = -\frac{3}{4}x + 1$

b) alla retta di equazione $2x - 3y - 4 = 0$

Risposte:

a) $y = -\frac{3}{4}x + k$, $k \in \mathbb{R}$

b) $2x - 3y + k = 0$, $k \in \mathbb{R}$

Altri esercizi a pag. 44