

19. CAMBIAMENTO DI RIFERIMENTO CARTESIANO

A partire dal “vecchio” sistema di riferimento Oxy ,
vogliamo passare ad un “nuovo” sistema di riferimento $O'XY$,
traslato rispetto al precedente
e tale che la nuova origine O' abbia coordinate assegnate (a,b) [NOTA].

NOTA. - S'intende che tali coordinate siano relative al “vecchio” riferimento,
perché nel “nuovo” l'origine O' si troverà, ovviamente, ad avere coordinate $(0,0)$.

**Che relazione intercorre fra le coordinate (x, y) di un punto nel vecchio riferimento
e le coordinate (X, Y) dello stesso punto nel nuovo riferimento?**

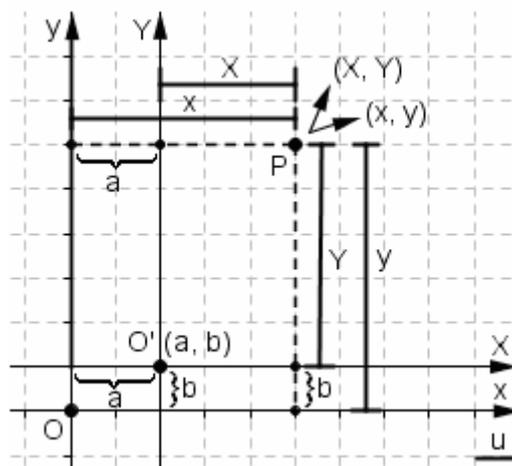
Semplicissimo rispondere!

Basta osservare la figura
per rendersi conto che

$$(1) \begin{cases} X = x - a \\ Y = y - b \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x = X + a \\ y = Y + b \end{cases}$$

Le (1) o, indifferentemente, le (2),
vengono chiamate le
“equazioni del cambiamento di riferimento
per traslazione degli assi”.



ESEMPIO

Si vuol passare dal riferimento Oxy al nuovo riferimento $O'XY$, traslato rispetto all'altro, e tale che $O'(2, -1)$.

- Scrivere le equazioni del cambiamento di riferimento.
- Che coordinate avranno, nel nuovo riferimento, i vertici del triangolo ABC , se nel vecchio riferimento le coordinate sono $A(4, 7)$; $B(-1, 0)$; $C(3, -1)$?
- Se un punto D ha coordinate $(4, -1)$ nel riferimento $O'XY$, che coordinate ha lo stesso punto D in Oxy ?

$$a) \begin{cases} X = x - 2 \\ Y = y + 1 \end{cases} \text{ o, il che è lo stesso, } \begin{cases} x = X + 2 \\ y = Y - 1 \end{cases}$$

$$b) \text{ Vecchio rif.: } \begin{matrix} A(4, 7) \\ x \ y \end{matrix}; \begin{matrix} B(-1, 0) \\ x \ y \end{matrix}; \begin{matrix} C(3, -1) \\ x \ y \end{matrix} \quad \text{Nuovo rif.: } \begin{cases} X = x - 2 \\ Y = y + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} A(2, 8) \\ X \ Y \end{matrix}; \begin{matrix} B(-3, 1) \\ X \ Y \end{matrix}; \begin{matrix} C(1, 0) \\ X \ Y \end{matrix}$$

$$c) \text{ Nuovo rif.: } \begin{matrix} D(4, -1) \\ X \ Y \end{matrix} \quad \text{Vecchio rif.: } \begin{cases} x = X + 2 \\ y = Y - 1 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} D(6, -2) \\ x \ y \end{matrix}$$

PROBLEMA TIPICO

Data l'equazione di una curva nel “vecchio” riferimento,
scrivere l'equazione della stessa curva nel “nuovo”, traslato rispetto al precedente.

ESEMPIO

Data, in Oxy , la curva di equazione $x^2 + y^2 = 25$,

scrivine l'equazione nel nuovo riferimento, traslato rispetto al precedente, con $O'(-4, 1)$

$$\begin{cases} X = x - a \\ Y = y - b \end{cases} \quad \begin{cases} X = x + 4 \\ Y = y - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = X - 4 \\ y = Y + 1 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 25 \rightarrow (X - 4)^2 + (Y + 1)^2 = 25 \rightarrow \dots \rightarrow X^2 + Y^2 - 8X + 2Y - 8 = 0$$

ESERCIZIO

Nel riferimento Oxy , sono dati i due punti $A(-1, 2)$; $B(1, 4)$.

- Che coordinate ha l'origine O , nel riferimento $O'XY$ traslato rispetto al precedente, e tale che $O'(3, 1)$?
- Scrivi l'equazione della retta AB sia in Oxy che in $O'XY$.

Risposte: a) $O'(-3, -1)$ b) $y = x + 3$; $Y = X + 5$