

PROBABILITA'

1 - IL CONCETTO DI PROBABILITA' TI E' GIA' NOTO! LA "LEGGE EMPIRICA DEL CASO"

1.1 - Casi possibili e casi favorevoli; definizione provvisoria di probabilità

- A. Qui davanti a me ho un'urna contenente 2 palline bianche e 98 nere.
Mi metto una benda sugli occhi, scuoto per bene e ripetutamente l'urna, ed estraggo una pallina.
- I. E' più probabile che venga fuori una bianca o una nera?
 - II. E se nell'urna ci fossero 40 bianche e 60 nere?
- B. In un'urna voglio introdurre 100 palline.
Quante bianche e quante nere dovrò mettere nell'urna se desidero che sia uguale la probabilità di estrarre una bianca o una nera?
- C. Sono in piedi davanti al bancone del bar.
A un certo punto entra un signore e vedendolo il barista mi fa:
"Non ne sono certo, ma è molto probabile che ordini una spremuta".
- I. Secondo te, cosa ha indotto il barista a parlare in questo modo?
 - II. Che differenza c'è fra questo esempio e i precedenti?

Vai ora pure a controllare in fondo alla pagina se le risposte che hai dato sono esatte! ...

... Bravo! ... Dunque ai quesiti proposti sei stato in grado di rispondere facilmente e senza esitazioni!!!
Eppure la definizione di "probabilità" ... noi non l'abbiamo ancora data!!!

Ma tu già avevi nella tua mente ben chiara l'idea che

valutare la "probabilità" di un evento legato al "caso"

significa

valutare la maggiore, o minore, "facilità" che l'evento in questione si verifichi.

Questo dimostra allora che **il concetto di probabilità TI E' GIA' NOTO, è un concetto che ogni persona dotata di ragione spontaneamente possiede (indipendentemente dal fatto che l'abbia o non l'abbia già incontrato nel suo percorso scolastico) e, quindi, che non ci stiamo occupando di INTRODURRE tale concetto, ma solo di PRECISARLO.**

Con riferimento al quesito A, hai saputo dire con sicurezza quale, fra due possibili eventi, era "il più probabile"; il problema B ti ha proposto una situazione in cui i due eventi in gioco dovevano avere "la stessa probabilità".

Ora però ci proponiamo di essere più precisi,
ossia ci proponiamo di QUANTIFICARE, di MISURARE, attraverso un valore NUMERICO, la probabilità che accada un determinato evento.

Lo svizzero Jakob Bernoulli, nella sua "Ars Conjectandi" (uscita postuma nel 1713) scrive che

" Probabilitas enim est gradus certitudinis, et ab hac differt ut pars a toto "

**"La probabilità infatti è il grado della certezza,
e da questa (= dalla certezza) differisce come la parte differisce dal tutto".**

RISPOSTE AI QUESITI A, B, C

- A. I. Evidentemente, è molto più probabile (non è certo, ma è probabilissimo) che esca una nera
II. E' anche questa volta più probabile che esca una nera.
Rispetto alla situazione precedente, però, la probabilità di uscita di una nera è nettamente diminuita.
- B. 50 bianche e 50 nere
- C. I. Il barista è indotto a parlare in questo modo perché, dall'esperienza passata, ha potuto constatare che, almeno negli ultimi tempi, quando quel signore entrava nel bar ordinava quasi sempre, o almeno la grande maggioranza delle volte, una spremuta.
II. La differenza fra l'ultimo esempio e i precedenti consiste in questo:
mentre negli esempi di prima la valutazione di probabilità si poteva fare "a priori", cioè senza bisogno di effettuare nessuna estrazione preliminare, invece qui è soltanto DOPO aver osservato il comportamento del cliente per un numero abbastanza elevato di giorni che il barista ha potuto formulare la previsione.

Altri spunti di riflessione

- A. Se ho in un'urna 2 B e 98 N sono "quasi certo" che dall'estrazione uscirà una N; la probabilità di estrazione di una N è "altissima" – il "grado di certezza" è "altissimo". Se ho 40 B e 60 N, la probabilità di estrazione di una N è più bassa; possiamo dire che il "grado di certezza" è diminuito. E' evidente che, **di fronte ad un'urna con 100 palline in totale – alcune Bianche, altre Nere – la probabilità di estrarre una Nera è *proporzionale* al numero di palline Nere presenti nell'urna.**
- B. **Supponiamo ora che fra i 20 alunni di una classe venga estratto, a sorte, un premio. Nessuno dei 20 alunni è certo di vincere: ciascuno, però, possiede "un pezzettino" di certezza ... quanto misura, quanto vale questo "pezzettino"?**
Beh, è **ragionevole dire che ciascun alunno possiede 1/20 della "torta" della certezza.**
Supponiamo poi che le 7 femmine della classe dicano:
"Se verrà estratta una qualsiasi di noi 7, regaleremo il premio alla bidella". A questo punto, la bidella si "impadronisce" di 7 "pezzettini" di certezza da 1/20, quindi "possiede i 7/20 dell'intera certezza".
- C. **Immaginiamo che una comitiva di amici un po' pazzi abbia promesso a Chiara un regalo per il suo compleanno, ma solo a condizione che da un'urna, contenente 100 palline di cui 90 verdi, venga estratta una pallina verde.**
E' ovvio che Chiara, in questo modo, non è certa di ricevere il regalo; però ne è "quasi" certa, perché il numero 90 (casi favorevoli) è prossimo al numero 100 (casi possibili).
Chiara non possiede interamente la certezza di ricevere il regalo, ma ... possiede 90 pezzettini da 1/100 di certezza: possiede i 90/100 della certezza.
Ed è altrettanto ovvio che se si dimezzasse sia il numero delle palline verdi (portandolo a 45) che il numero totale delle palline (portandolo a 50), la probabilità di ricevere il regalo non cambierebbe: d'altronde, in questo modo Chiara si troverebbe a possedere i 45/50 della certezza, cioè una "fetta" della "torta della certezza", esattamente uguale a 90/100.
Sarebbe in fondo la stessa cosa prendere semplicemente 10 palline, di cui 9 verdi: $90/100 = 45/50 = 9/10$.

A questo punto, è ora di trarre le conclusioni.

Evidentemente nella QUANTIFICAZIONE, nella MISURAZIONE della probabilità,

c'entra sia il numero dei casi favorevoli che il numero dei casi possibili;

- dimezzando, o raddoppiando, sia il n° dei casi favorevoli che il n° dei possibili, la probabilità resta invariata;
- a parità di casi possibili, la probabilità è direttamente proporzionale al numero dei casi favorevoli.

La certezza si può pensare come una "torta" divisa in tante fettine uguali quanti sono i casi possibili; la probabilità di un evento corrisponde a tante "fettine" di certezza quanti sono i casi favorevoli all'evento stesso.

Queste considerazioni portano a concludere che il modo più spontaneo, più naturale,

di "misurare" la probabilità di un evento, è quello di calcolare il rapporto $\frac{\text{numero casi favorevoli}}{\text{numero casi possibili}}$.

DEFINIZIONE (attenzione: PROVVISORIA, perché andrà poi perfezionata)

Dicesi "probabilità" di un evento, il rapporto $p = \frac{\text{numero casi favorevoli}}{\text{numero casi possibili}}$

La probabilità di un dato evento è dunque sempre compresa fra 0 e 1
(il numero dei casi favorevoli non può ovviamente superare il numero dei casi possibili); precisamente, la probabilità è uguale a 0 se e solo se l'evento è impossibile, è uguale a 1 se e solo se l'evento è certo.

ESERCIZI

- 1) Se si lancia un dado, la probabilità di ottenere "5" è
- 2) Se si estrae una carta da un mazzo da scopa (NOTA), la probabilità che sia una figura è
NOTA - In un mazzo da scopa abbiamo 40 carte:
4 assi, 4 re, 4 donne, 4 fanti, 4 "sette", 4 "sei", 4 "cinque", 4 "quattro", 4 "tre", 4 "due".
Ogni gruppo di 4 è formato da carte di diverso "seme":
una di cuori, una di quadri, una di fiori, una di picche.
La pagina successiva riporta uno schema del mazzo da scopa.
- 3) Un'urna contiene 327 palline, contrassegnate dai numeri 1, 2, 3, ... , 327.
Pescando a occhi chiusi, qual è la probabilità di estrarre un numero pari? E un numero dispari?

RISPOSTE: 1) 1/6 2) $12/40 = 3/10$ 3) $163/327$; $164/327$