1.3 - Proposte di riflessione per la piena comprensione della "legge empirica del caso"

A. Se lanci 1000 volte una moneta, quante volte ti aspetti che esca "testa" e quante volte "croce"?

B. Se lanci 1000 volte una moneta ed esce 400 volte "testa", ne deduci che la moneta è truccata?

C. Supponiamo di avere un mazzo di carte da scopa
(40 carte, di cui 10 di cuori, 10 di quadri, 10 di fiori, 10 di picche),
e di pescare per 1000 volte una carta, ogni volta reinserendola nel mazzo e mischiando
prima di andare a ripescare.
Supponiamo che al termine delle 1000 estrazioni sia uscita per 261 volte una carta di cuori.
"Cuori" è quindi uscito con frequenza relativa 261/1000,
vicina alla "probabilità a priori" che vale 10/40, ossia 1/4, ossia 250/1000.
Se ora effettuiamo altre 9000 estrazioni, portando il totale a 10000, ti domando:
è possibile che la frequenza relativa SI ALLONTANI dalla "probabilità a priori"?
E' possibile, per esempio, che in queste 10000 estrazioni il seme "cuori" esca 2630 volte?
(la frequenza relativa sarebbe 2630/10000 = 263/1000, che rispetto a 261/1000 è *più lontana* da 250/1000)

D. Si sa che in una scatola ci sono 10 palline, alcune bianche e altre nere.
Non si sa però quante sono le bianche e quante le nere.
Le palline sono tutte indistinguibili fra loro al tatto, in quanto differiscono esclusivamente per il colore.
Se una persona può estrarre dalla scatola una sola pallina per volta, guardarne il colore,
poi rimetterla nella scatola e (dopo aver scosso la scatola per mischiare le palline)
effettuare un'altra estrazione, e così via,
potrà quella persona stabilire quante fra le dieci palline sono bianche e quante nere?

E. Ripensiamo alla precedente situazione D).
Supponiamo che NON si sappia quante sono in totale le palline nella scatola.
Vale a dire: sappiamo che sono alcune bianche e alcune nere, ma non sappiamo
quante sono le bianche, quante sono le nere, e nemmeno, questa volta, quante sono le palline in totale.
Con tante estrazioni successive di un'unica pallina, con successivo "re-imbussolamento",
COSA si può venire a sapere riguardo alle palline?

RISPOSTE

A. *Circa* 500 volte Testa e *circa* 500 volte Croce.
Mi aspetto che il numero di Teste e il numero di Croci non si discostino di molto da 500.
Infatti, 1000 lanci sono già “tanti” e quindi, per la legge empirica del caso,
la frequenza relativa dovrebbe avvicinarsi alla probabilità a priori che è ½ per T e ½ per C.

B. Lo sospetterei fortissimamente. Mi pare che il numero di lanci (1000) sia già così elevato da “forzare”,
per una questione di “simmetria del caso”, il numero di Teste a non discostarsi COSI’ TANTO da 500.
Ritengo estremamente improbabile, anche se non impossibile teoricamente, che il numero di Teste sia così basso.
O la moneta è truccata, o è si è verificata una circostanza estremamente rara, eccezionale.

C. Sì, è possibile, anche se “raro”, eccezionale”, “molto improbabile”.
La “legge empirica del caso” non afferma che il “tendere” della frequenza relativa alla probabilità “a priori”,
quando il numero di prove si fa molto elevato, sia privo di “oscillazioni”.
La circostanza prospettata appare tuttavia estremamente poco probabile,
perché 10000 è un numero di estrazioni molto grande, e molto maggiore del già “grande” valore 1000.

D. Sì. Basta che questa persona effettui un gran numero di estrazioni con reimmissione (= reimbussolamento),
rilevando la frequenza, per esempio, delle bianche.
Per la legge empirica del caso, la frequenza relativa tenderà ad approssimare la probabilità a priori,
che a sua volta sarà uguale a n° bianche/n° totale = n° bianche/10.
Ad esempio, effettuando 1000 prove aleatorie, la frequenza assoluta delle bianche sarà quasi certamente
molto vicina a uno dei valori 100, 200, 300, 400, … , 900 (a seconda che le Bianche siano 1, 2, 3, 4, … , 9).
A partire dalla frequenza, sarà quindi possibile inferire il numero delle Bianche, con rischio di errore quasi nullo.
Infatti, da una parte, è estremamente improbabile che la frequenza assoluta si discosti molto
da una delle “frequenze attese” 100, 200, …
(ad es., con 1000 prove, sarebbe un evento quasi incredibile che la frequenza risultasse uguale, poniamo, a 149);
dall’altra, sarebbe ancora più inverosimile, raro, eccezionale, che, rilevata ad es. una frequenza di Bianche
uguale a 412, prossima cioè a 400, il numero delle bianche non fosse 4 ma 5, o 3, o ancora diverso.

E. Si potranno conoscere, approssimativamente, i tre rapporti
n° bianche /n° totale, n° nere /n° totale, n° bianche/n° nere.