

3 - DIVERSI APPROCCI ALLA PROBABILITA'

In Matematica ci sono 4 modi alternativi di porre la definizione di probabilità:

- a) definizione **CLASSICA**
- b) definizione **FREQUENTISTA**
- c) definizione **ASSIOMATICA**
- d) definizione **SOGGETTIVISTA**

a) Def. **CLASSICA**:

$$\text{probabilità} = \frac{\text{n° casi favorevoli}}{\text{n° casi possibili}}$$

sotto l'ipotesi che i casi possibili siano valutati tutti **"EQUIpossibili"**, o **"equiprobabili"**.

Quest'ultima valutazione è individuale e legata sostanzialmente a considerazioni di "simmetria" non inquadrabili, purtroppo, in un criterio che si riesca a definire in termini rigorosi e generali.

Tuttavia, dopo un'attenta analisi e discussione, la "equipossibilità" o la "non equipossibilità" dei casi in esame dovrebbe sempre emergere in modo chiaro, ed essere unanimemente condivisa, sulla base del cosiddetto "PRINCIPIO DI RAGIONE INSUFFICIENTE", o "Principio di Indifferenza": "due casi sono equipossibili se non c'è nessuna ragione perché si debba ritenere il contrario".

b) Def. **FREQUENTISTA** (o "statistica"):

$$\text{probabilità} = \text{frequenza relativa} = \frac{\text{n° prove favorevoli all'evento}}{\text{n° totale di prove effettuate}},$$

calcolata, s'intende, dopo aver effettuato un numero "sufficientemente elevato" di prove.

Questo tipo di valutazione di probabilità è in genere destinato, per sua natura, a contenere un (se pur piccolo) errore di approssimazione. Il numero n di prove è da giudicarsi "sufficientemente elevato" se la frequenza relativa, allorché ci si avvicina a n prove, tende a rimanere pressoché stabile, in quanto si osserva che le sue variazioni si fanno molto ma molto piccole.

c) Def. **ASSIOMATICA** (Kolmogorov, 1933):

non si preoccupa di stabilire "cos'è" la probabilità, ma solo di definirla implicitamente tramite una famiglia di assiomi.

d) Def. **SOGGETTIVISTA** (De Finetti e altri, 1931):

➤ **INTERPRETAZIONE 1)**

La probabilità "soggettiva" di un evento è a/b se un soggetto "coerente" G è disposto a pagare subito la somma a per ricevere in futuro la somma b (con un guadagno netto, quindi, uguale a b - a) nel caso l'evento si verifichi.

"Coerente" significa che lo stesso soggetto G deve essere disposto in qualsiasi momento a scambiarsi di ruolo con l'altro giocatore G' ...

Ma cosa fa l'altro giocatore? Riceve tanto per cominciare la somma a, ed è disposto a pagare b se l'evento si verifica: quindi anche G, per essere coerente, deve essere disposto a incassare subito la somma a per pagare in un futuro la somma b (con una perdita uguale in valore assoluto a b - a) se l'evento si verifica.

➤ **INTERPRETAZIONE 2)**

Anche, in modo del tutto equivalente: la probabilità di un evento E è uguale a s/S se per me è del tutto indifferente l'offerta, da parte di un benefattore,

♪ **di una somma s certa, che mi viene pagata in ogni caso**

♪ **oppure in alternativa di una somma S, che però mi verrà data solo se l'evento E si verificherà.**

□ **Il taglio di queste lezioni è classico-frequentistico al medesimo tempo.**

Infatti abbiamo posto la definizione di tipo "classico", e accettato l'asserto "sperimentale" chiamato **"LEGGE EMPIRICA DEL CASO"**, di cui ci serviremo per passare, quando opportuno, da una "visione classica" a una "visione frequentista":

"Quando si ripete per 'molte' volte una prova, la frequenza relativa di un esito, cioè il rapporto (n° di prove che hanno avuto quell'esito)/(n° totale di prove) si avvicina 'molto' alla probabilità a priori di quell'esito, calcolata tramite il rapporto (n° casi favorevoli)/(n° casi possibili)"

□ Nella risoluzione dei problemi sulla probabilità, è assai proficuo, a parere di chi scrive, utilizzare per certi problemi una visione *classica*, per altri una visione *frequentista*, per altri *entrambe*.

□ L'approccio matematico "puro" alla teoria della probabilità sarebbe quello *assiomatico*, che con ogni evidenza è didatticamente improponibile ai fini di una prima presentazione dell'argomento.