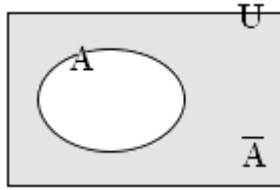


7.3 - Teorema sulla probabilità dell'evento contrario

Sia U l'insieme universo dei casi equipossibili, e sia $A \subseteq U$.



Utilizzando il simbolo di “soprallineatura” che, com'è noto, può essere impiegato coi due significati (strettamente correlati) di

- NEGAZIONE (in Logica)
- COMPLEMENTAZIONE (in Teoria degli Insiemi)

possiamo indicare con $\overline{A}$ l'evento contrario dell'evento A (ossia quell'evento che si verifica se e solo se NON si verifica A).

La scrittura $\overline{A}$ verrà letta “non A ” se interpretata dal punto di vista logico, mentre verrà letta “il complementare di A ” (ma si può dire tranquillamente “non A ” pure in questo caso) se interpretata in chiave insiemistica.

Abbiamo

$$p(\overline{A}) = \frac{n(\overline{A})}{n(U)} = \frac{n(U) - n(A)}{n(U)} = \frac{n(U)}{n(U)} - \frac{n(A)}{n(U)} = 1 - \frac{n(A)}{n(U)} = 1 - p(A)$$

e resta così dimostrato un enunciato semplice ma spesso estremamente utile negli esercizi, che avevamo già anticipato nelle pagine precedenti, ovvero il

TEOREMA SULLA PROBABILITA' DELL'EVENTO CONTRARIO:

$$p(\overline{A}) = 1 - p(A)$$

$$p(A) = 1 - p(\overline{A})$$

$$p(A) + p(\overline{A}) = 1$$

PIU' IN GENERALE,

qualora sia $X \subseteq Y$, si ha $p(Y - X) = p(Y) - p(X)$

(la semplicissima dimostrazione è analoga a quella sul Teorema dell'Evento Contrario)

□ Esempio

Si lancia successivamente per 10 volte una moneta, e si vuole sapere la probabilità che esca almeno una volta "testa".

Questo problema si risolve molto più agevolmente se si considera l' "evento contrario": "non esce mai testa", ossia: "esce sempre croce".

E' molto facile stabilire la probabilità di questo evento contrario;

c'è infatti un unico caso favorevole ossia (C, C, C, C, C, C, C, C, C, C) sui $2^{10} = 1024$ casi possibili.

Quindi avremo

$$p(\text{esce sempre "Croce"}) = 1/1024$$

da cui, in virtù del teorema sopra dimostrato,

$$p(\text{esce almeno una volta "Testa"}) = 1 - p(\text{esce sempre "Croce"}) = 1 - 1/1024 = 1023/1024$$

IDEA-GUIDA

In generale, in moltissimi quesiti di CdP in cui compare la parola “almeno”, è conveniente passare all'evento contrario.

La parola “almeno” è una “parola-spia” in CdP:
essa ci deve sempre indurre a riflettere se sia conveniente utilizzare
il Teorema dell'Evento Contrario ...
e quasi sempre la convenienza c'è.

