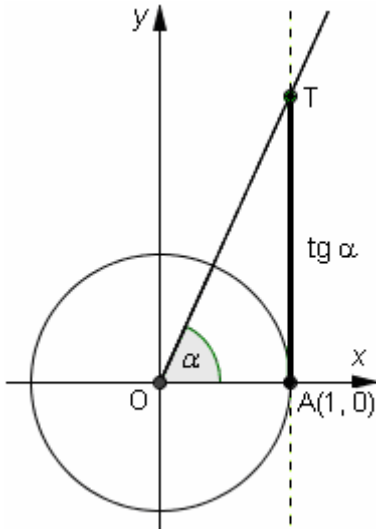


#### 4. TANGENTE DI UN ANGOLO NELLA CIRCONFERENZA GONIOMETRICA

Nella circonferenza goniometrica, consideriamo il punto A che sta “all’estrema destra”, di coordinate (1,0). Per A tracciamo la retta “verticale”, ossia quella parallela all’asse y, e indichiamo con T il punto di intersezione fra tale retta e il raggio vettore di un dato angolo  $\alpha$  (o, eventualmente, il prolungamento del raggio vettore dalla parte dell’origine).

Si dice “tangente di  $\alpha$ ” l’ordinata del punto T, ossia la misura (con segno) del segmento AT in figura.

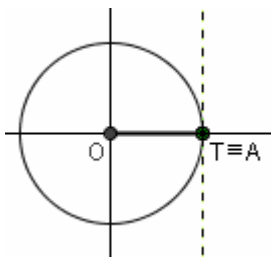


**$\text{tg } \alpha = \text{ordinata di T} = \text{misura (con segno) di AT}$**

Clicca QUI [⇨](#)  
per una bella figura dinamica  
(software GeoGebra)  
che ti permetterà di osservare  
la variazione della tangente goniometrica  
al variare dell’angolo.

Per  $\alpha = 0^\circ$  (0 radianti)

$$\text{tg } \alpha = 0$$

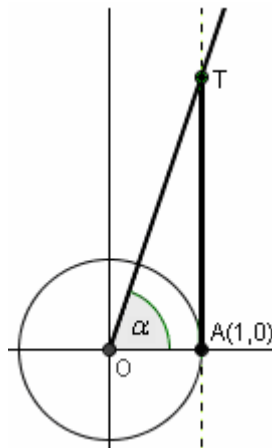


Nel **1° quadrante**, ossia  
per  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ),

si ha  $\text{tg } \alpha > 0$

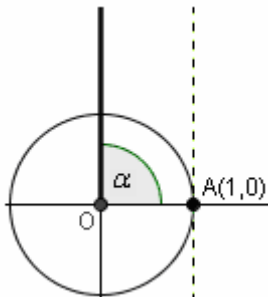
... e quando  $\alpha$  si avvicina a  $90^\circ$ ,  
mantenendosi però *minore* di  $90^\circ$ ,  
 $\text{tg } \alpha$  diventa altissima,  
“tende a  $+\infty$ ”.

Ad esempio, si ha  
 $\text{tg } 89.97^\circ \approx 1909.86$



Per  $\alpha = 90^\circ$  ( $\pi/2$  radianti)

$\text{tg } \alpha$  NON ESISTE!



Il raggio vettore, ossia  
il secondo lato dell’angolo,  
in questo caso coincide col  
semiasse delle ordinate positive.  
Ma allora il punto T “non si trova”,  
perché il raggio vettore  
e la retta tratteggiata  
sono parallele  
e quindi non si incontrano.

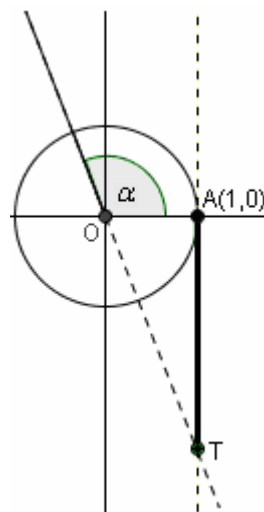
Nel **2° quadrante**, ossia  
per  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  ( $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ),

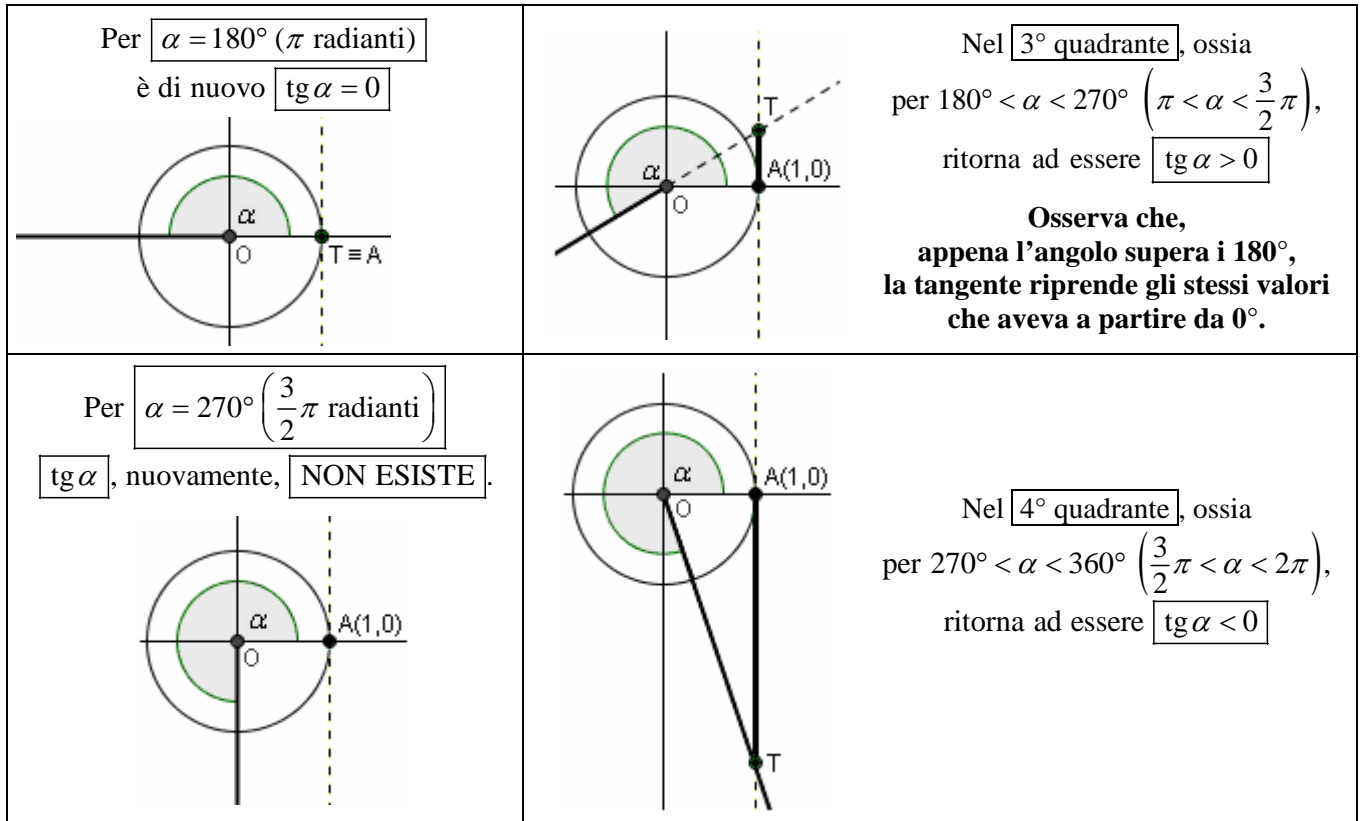
si ha  $\text{tg } \alpha < 0$

Il raggio vettore è una semiretta  
immersa nel 2° quadrante,  
ma la definizione di tangente goniometrica  
prevede che si debba sempre considerare  
l’intersezione fra la retta verticale per A  
e il raggio vettore o, eventualmente  
(come in questo caso), il suo prolungamento.

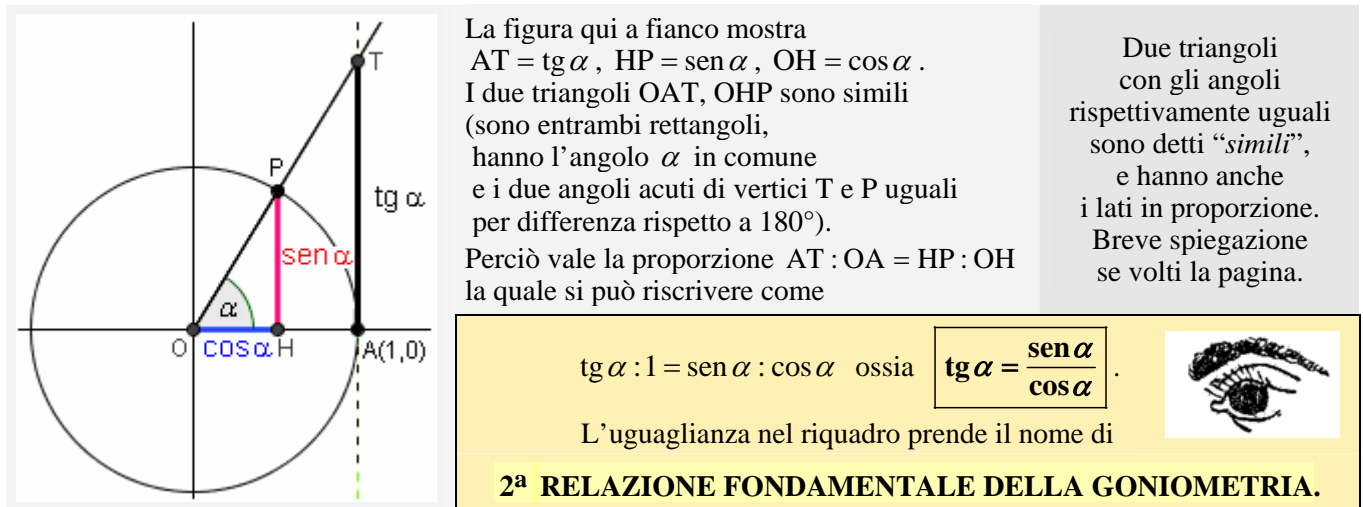
Quando  $\alpha$  si avvicina a  $90^\circ$ ,  
mantenendosi però *maggiore* di  $90^\circ$   
(ossia: decrescendo),  
 $\text{tg } \alpha$  diventa altissima in valore assoluto,  
ma negativa in segno:  
si dice che “tende a  $-\infty$ ”

Ad es., si ha  $\text{tg } 90.01^\circ \approx -5729.58$





Quando l'angolo  $\alpha$  raggiunge e poi supera i  $360^\circ$ , i valori della tangente “ripartono come se si ripartisse da  $0^\circ$ ”. Ma in fondo vediamo che questo “ricominciare da capo” si ha già quando l'angolo raggiunge e poi supera  $180^\circ$ ! Insomma, **la funzione “tangente” è “periodica di periodo  $180^\circ$ ”**; di questo torneremo a parlare più avanti.



Possiamo a questo punto osservare che la 2ª rel. fondamentale della goniometria è coerente col fatto che

- **la tangente vale 0 per tutti e soli quegli angoli il cui seno è 0**, che sono poi:  $0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$   
e, andando fuori dai confini del 1° giro,  $360^\circ + 180^\circ = 540^\circ, 540^\circ + 180^\circ = 720^\circ, \dots$ ;  $-180^\circ, -360^\circ, \dots$ ;  
più in generale, dunque: per tutti gli angoli che si possono scrivere sotto la forma  
 $k \cdot 180^\circ$ , essendo  $k$  un intero relativo ( $k \in \mathbb{Z}$ );
- **la tangente non esiste (“va all'infinito”) per tutti e soli quegli angoli il cui coseno è 0** cioè  $90^\circ, 270^\circ$   
e, andando fuori dai confini del 1° giro,  $270^\circ + 180^\circ = 450^\circ, 450^\circ + 180^\circ = 630^\circ, \dots$ ;  $-90^\circ, -270^\circ, \dots$   
più in generale, dunque: per tutti gli angoli che si possono scrivere sotto la forma  
 $90^\circ + k \cdot 180^\circ$ , essendo  $k$  un intero relativo ( $k \in \mathbb{Z}$ )

IL TENDERE A INFINITO. Dire, ad es., che **la tangente “va all'infinito a  $90^\circ$ ”**, significa affermare che **quando l'angolo si fa molto vicino a  $90^\circ$ , la rispettiva tangente diventa grandissima in valore assoluto:**

- **per un angolo di pochissimo inferiore a  $90^\circ$** , ossia **quando l'angolo tende a  $90^\circ$  “per difetto”** ( $1^\circ$  quadrante), **la tangente è grandissima in valore assoluto e positiva (“tende a  $+\infty$ ”)**
- **mentre per un angolo appena superiore a  $90^\circ$** , ossia **quando l'angolo tende a  $90^\circ$  “per eccesso”** ( $2^\circ$  quadrante), **la tangente è grandissima in valore assoluto e negativa (“tende a  $-\infty$ ”)**.