

5. COTANGENTE DI UN ANGOLO

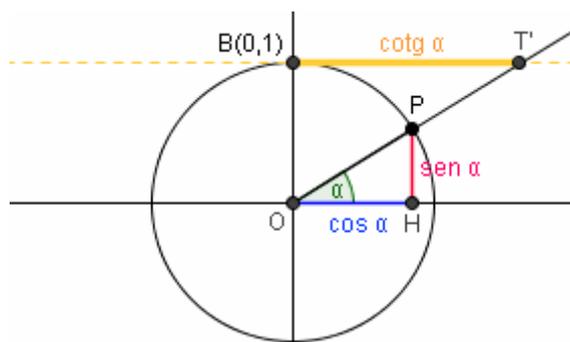
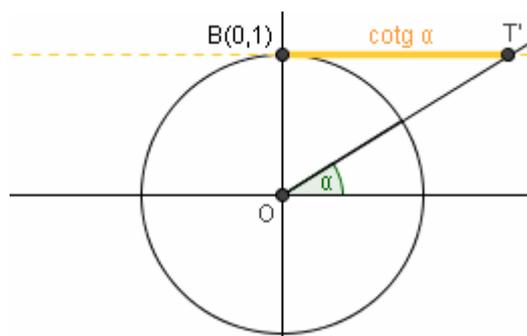
Ecco ora una quarta funzione goniometrica: la **cotangente**.

Nella circonferenza goniometrica, consideriamo il punto B che sta alla sommità e ha coordinate (0,1).

Per B tracciamo la retta "orizzontale" (= parallela all'asse x) e indichiamo con T' il punto di intersezione fra tale retta e il raggio vettore di un dato angolo α (eventualmente, il suo prolungamento dalla parte dell'origine).

Si dice "cotangente di α " ($\cotg \alpha$) l'ascissa del punto T',

che è poi la misura (con segno) del segmento BT' in figura.



Dalla figura qui a fianco riportata si trae, per l'ovvia similitudine dei due triangoli rettangoli $OB T'$, $OH P$, la proporzione $BT' : OB = OH : HP$ da cui $\cotg \alpha : 1 = \cos \alpha : \sin \alpha$ e infine

$$\cotg \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\tg \alpha}$$

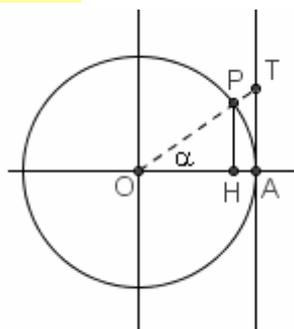
(3ª RELAZIONE FONDAMENTALE DELLA TRIGONOMETRIA)

Per $\alpha = 0^\circ$ (0 radianti) $\cotg \alpha$ NON ESISTE 	Nel 1° quadrante $\cotg \alpha > 0$ 	Per $\alpha = 90^\circ$ ($\pi/2$ radianti) $\cotg \alpha = 0$
Nel 2° quadrante $\cotg \alpha < 0$ 	Per $\alpha = 180^\circ$ (π radianti) $\cotg \alpha$ NON ESISTE 	Nel 3° quadrante $\cotg \alpha > 0$
Per $\alpha = 270^\circ$ ($3\pi/2$ radianti) $\cotg \alpha = 0$ $T' \equiv B$ 	Nel 4° quadrante $\cotg \alpha > 0$... e per $\alpha = 360^\circ$ accade come per $\alpha = 0^\circ$: $\cotg \alpha$ NON ESISTE

Poiché, per la 3ª Rel. Fond. della Trigonometria, cotangente e tangente sono reciproche l'una dell'altra, la cotangente non esiste (= va all'infinito) per tutti e soli gli angoli per i quali la tangente si annulla, e viceversa
 Clicca QUI \Rightarrow per un ripasso della questione "1/0 non esiste ma, in un certo senso, 1/0 = infinito"

ESERCIZI

1)



Sui lati del triangolo OAT nella circonferenza goniometrica in figura, pianta le seguenti due bandierine:

$tg \alpha$ 1

Invece sui lati di OPH pianta le bandierine:

$sen \alpha$ $cos \alpha$ 1

Ora i due triangoli OHP, OAT sono “simili”: cosa vuol dire?

Scrivi la proporzione fra i loro lati, che porta alla “2^a relazione fondamentale della goniometria”.

- 2) Fra gli angoli compresi fra 0° e 360° ,
 - a) quali sono quelli la cui tangente è < 0 ?
 - b) quali quelli la cui tangente non esiste?
 - c) quali quelli la cui tangente è uguale a $+1$?
 - d) e a -1 ?
- 3) Cosa si può dire della tangente degli angoli il cui coseno vale 0?
- 4) Secondo te, a “occhio” (fai un disegno!), l’angolo acuto la cui tangente goniometrica misura 4 è compreso:
 - a) fra 50° e 60° ? b) fra 60° e 70° ? c) fra 70° e 80° ?
 Servendoti di una macchinetta calcolatrice, stabilisci la misura di quell’angolo (in gradi e primi), poi trasformala in radianti (approssimando ai centesimi).
- 5) Disponendo di una macchinetta calcolatrice, calcola $tg 54^\circ$ senza però mai pigiare il tasto tan .
- 6) E’ vero che $tg(90^\circ - \alpha) = cotg \alpha$?
- 7) Elenca, nel “primo giro” ($0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$), gli angoli α
 - a) la cui cotangente vale 0
 - b) la cui cotangente non esiste
 - c) la cui cotangente è uguale alla tangente
 - d) la cui cotangente è opposta alla tangente

RISPOSTE

- 2) a) sono gli angoli α tali che $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ e $270^\circ < \alpha < 360^\circ$
 b) $90^\circ, 270^\circ$ c) $45^\circ, 225^\circ$ d) $135^\circ, 315^\circ$
- 3) Quando il coseno di un angolo vale 0, la tangente di quell’angolo non esiste. Questo si vede a partire dalla circonferenza goniometrica, o anche dalla 2^a Relazione Fondamentale: essa ci dice che $tg \alpha = sen \alpha / cos \alpha$, e quando il denominatore è 0 una frazione non è definita.
- 4) c) $\approx 75^\circ 58'$; ≈ 1.33 radianti
- 5) Basta fare $sen 54^\circ / cos 54^\circ$. Si ottiene ≈ 1.376
- 6) Sì, è vero. Lo si può desumere facendo un disegno oppure con la catena
 $tg(90^\circ - \alpha) = sen(90^\circ - \alpha) / cos(90^\circ - \alpha) = cos \alpha / sen \alpha = 1 / (sen \alpha / cos \alpha) = 1 / tg \alpha = cotg \alpha$
- 7) a) $90^\circ, 270^\circ$ b) $0^\circ, 360^\circ$ c) $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ d) nessuno!