16. NOTA UNA FUNZIONE GONIOMETRICA, RISALIRE ALL'ARCO

Se si sa che $sen\,x=\frac{1}{2}$, allora si deduce che l'arco x può valere (nel solo "1° giro") $\frac{\pi}{6}$ (30°) oppure $\frac{5}{6}\pi$ (150°);

volendo indicare anche i valori dell'arco fuori dal "1° giro", si scriverebbe $x=\frac{\pi}{6}+2k\pi \vee x=\frac{5}{6}\pi+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Supponiamo ora di sapere che $sen\,x=\frac{1}{7}$.

Il valore $1/7$ non è "particolare", nel senso che non corrisponde a nessuno fra gli archi "notevoli" studiati.

Bene: per indicare quegli archi il cui seno è $\frac{1}{7}$ si utilizza la scrittura $arc\,sen\,\frac{1}{7}$, che si legge "arco seno di $\frac{1}{7}$",
ma - **ATTENZIONE ATTENZIONE**! - la si utilizza in un modo molto speciale,
perché tale scrittura, convenzionalmente, NON sta a indicare TUTTI gli infiniti archi che hanno seno $1/7$,
bensì, fra tutti quegli infiniti archi, ne indica UNO SOLO,
e precisamente QUELLO CHE È PIÙ "SPONTANEO" CONSIDERARE,
PERCHÉ HA IL SUO ESTREMO NEL 1° QUADRANTE (vale circa 8°).

Allora gli archi soluzione dell'equazione $sen\,x=\frac{1}{7}$ saranno:

- $arc\,sen\frac{1}{7}$ (in gradi, circa 8°) e $\pi-arc\,sen\frac{1}{7}$ (circa 172°) se ci limitiamo al primo giro;
- $arc\,sen\frac{1}{7}+2k\pi \vee \pi-arc\,sen\frac{1}{7}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$ se vogliamo indicare tutti gli infiniti archi con seno 1/7, anche al di fuori dei confini del 1° giro.

In generale:

la scrittura ***arc sen q*** si legge "arco seno di *q*" e significa
"quell'arco, il cui seno è *q*, e che è compreso fra $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$"

Ovviamente, la scrittura $arc\,sen\,q$ ha significato se e solo se q è un numero reale compreso fra -1 e 1 ($-1\le q\le 1$)

la scrittura ***arc cos q*** si legge "arco coseno di *q*" e significa
"quell'arco, il cui coseno è *q*, e che è compreso fra 0 e π"

Ovviamente, la scrittura $arc\cos q$ ha significato se e solo se q è un numero reale compreso fra -1 e 1 ($-1\le q\le 1$).

la scrittura ***arc tg q*** si legge "arco tangente di *q*" e significa
"quell'arco, la cui tangente è *q*, e che è compreso fra $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$"

La scrittura $arc\,tg\,q$ ha significato per **qualsiasi valore di *q***.

la scrittura ***arc cotg q*** si legge "arco cotangente di *q*" e significa
"quell'arco, la cui cotangente è *q*, e che è compreso fra 0 e π"

La scrittura $arc\,cotg\,q$ ha significato per **qualsiasi valore di *q***.

ESEMPI

$arc\,sen\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi}{3}$	$arc\,sen\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-\frac{\pi}{3}$	$arc\cos\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi}{6}$	$arc\cos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{5}{6}\pi$
$arc\,tg\,1=\frac{\pi}{4}$	$arc\,tg\,(-1)=-\frac{\pi}{4}$	$arc\,cotg\,\sqrt{3}=\frac{\pi}{6}$	$arc\,cotg\,(-\sqrt{3})=\frac{5}{6}\pi$
$arc\,sen\ 0.8=0{,}927295...$ (1)	$arc\cos(-1)=\pi$	$arc\,tg\ 0=0$	$arc\,tg\ 5=1.37340...$ (2)

(1) Espresso in gradi, questo arco è di poco più di 53° (2) Questo valore corrisponde a poco meno di 79°

arc sen, *arc cos*, *arc tg*, *arc cotg* sono delle vere e proprie "funzioni",
anzi si possono considerare come le funzioni INVERSE delle quattro funzioni goniometriche.

AVVERTENZA - I valori delle funzioni *arc sen*, *arc cos*, *arc tg*, *arc cotg*
vanno sempre espressi in RADIANTI e non in gradi.
Quindi sarebbe sbagliato scrivere, ad es., che $arc\,sen\ 0.8\approx 53°$;
è invece corretto scrivere $arc\,sen\ 0.8\approx 0.927$
ed eventualmente poi osservare che l'arco di 0.927 radianti corrisponde circa a 53°.

PROPRIETA' - Dalle definizioni poste, segue in modo ovvio

$arc\,sen\,(-q)=-arc\,sen\,q$ $\qquad$ $arc\,tg\,(-q)=-arc\,tg\,q$

$arc\cos(-q)=\pi-arc\cos q$ $\qquad$ $arc\,cotg\,(-q)=\pi-arc\,cotg\,q$