

## INVERSIONE DI FORMULE

- **COS'È UNA "FORMULA"?** E' un'uguaglianza che lega fra loro due o più lettere, indicanti quantità le quali possono essere variabili o costanti.

Esempi:  $s = vt$  (spazio = velocità · tempo);  $S = \pi r^2$  (formula per l'area del cerchio)

Una "formula" può anche essere considerata come una "equazione", perché è un'uguaglianza che è verificata *solo per certe combinazioni di valori* delle lettere che in essa compaiono.

- **CAPITA SOVENTE DI AVERE UNA FORMULA E DI VOLERLA "INVERTIRE"**, cioè di voler isolare una delle lettere contenute nella formula stessa. Si dice anche "risolvere rispetto a una lettera", o "esprimere una lettera in funzione delle altre". **A tale scopo, si possono applicare le tecniche già viste per la risoluzione delle equazioni ... ma si possono anche utilizzare degli altri "trucchi" che, spesso,**

♥ **permettono di realizzare l'inversione della formula in modo molto più rapido e comodo:**

- 1) quando la lettera da isolare è a 2° membro, può essere utile "scambiare fra loro i due membri" (il che è diverso dal trasportare i termini da un membro all'altro cambiandoli di segno);
- 2) se due numeri non nulli sono uguali, allora lo sono pure i loro reciproci;
- 3) quando si vuole moltiplicare o dividere l'uguaglianza per uno stesso numero (o lettera o espressione), il moltiplicatore o il divisore *non deve per forza coincidere* col denominatore comune o col coefficiente dell'incognita

### ESEMPIO

$$a + b = \frac{c}{m+k}$$

RISOLVERE RISPETTO A  $m$

$$\frac{c}{m+k} = a + b \quad (\text{tecnica 1: scambio dei due membri, per portare } m \text{ a } 1^\circ \text{ membro})$$

$$\frac{m+k}{c} = \frac{1}{a+b} \quad (\text{tecnica 2: passaggio ai reciproci, per portare } m \text{ a numeratore})$$

$$m+k = \frac{c}{a+b} \quad (\text{tecnica 3: moltiplicazione dei due membri per } c)$$

$$m = \frac{c}{a+b} - k \quad (\text{trasporto})$$

### ESERCIZI

FORMULA	Risolvi rispetto a	FORMULA	Risolvi rispetto a
1) $v = \frac{x'-x}{t'-t}$	$x', x, t', t$	5) $F = \frac{Gmm'}{r^2} \quad (r > 0)$	$m, r$
2) $\frac{F_1}{s_1} = \frac{F_2}{s_2}$	$F_1, F_2, s_1, s_2$	6) $K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (v \geq 0)$	$m, v$
3) $x' = k(x-vt)$	$t$	7) $q = m_1v_1 + m_2v_2$	$m_1, v_1$
4) $\frac{ab}{r} = 1+c$	$a, b, r, c$	8) $\frac{a}{x+y} = \frac{a'}{x'+y'}$	$x', a'$
9) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c} + \frac{1}{d}$	$d \rightarrow$ <i>vedi NOTA a destra</i>	NOTA: QUANDO PASSI AI RECIPROCI, ricorda che "il reciproco di una somma NON è uguale alla somma dei reciproci!!!" $\frac{1}{x+y} \neq \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$	

### RISPOSTE

1)  $x' = x + v(t'-t)$     $x = x' - v(t'-t)$     $t' = t + \frac{x'-x}{v}$     $t = t' - \frac{x'-x}{v}$

2)  $F_1 = s_1 \frac{F_2}{s_2}$     $F_2 = s_2 \frac{F_1}{s_1}$     $s_1 = F_1 \frac{s_2}{F_2}$     $s_2 = F_2 \frac{s_1}{F_1}$    3)  $t = \frac{1}{v} \left( x - \frac{x'}{k} \right)$

4)  $a = \frac{r}{b}(1+c)$     $b = \frac{r}{a}(1+c)$     $r = \frac{ab}{1+c}$     $c = \frac{ab}{r} - 1$    5)  $m = \frac{Fr^2}{Gm'}$     $r = \sqrt{\frac{Gmm'}{F}}$

6)  $m = \frac{2K}{v^2}$     $v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$    7)  $m_1 = \frac{q - m_2v_2}{v_1}$     $v_1 = \frac{q - m_2v_2}{m_1}$

8)  $x' = \frac{a'(x+y)}{a} - y'$     $a' = \frac{a(x'+y')}{x+y}$    9)  $d = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c}}$



### ♥ INDICI E APICI

Si usano per poter utilizzare una stessa lettera più volte, per indicare oggetti o quantità distinte, della stessa natura.

Ad esempio due velocità potrebbero essere indicate con:

$v_1, v_2$  (leggi: v uno, v due: "indici", in basso a destra);  
o  $v', v''$  (v primo, v secondo: "apici", in alto a destra).

L'indice, o l'apice, è come se fosse "fuso con la propria lettera", a formare un nuovo simbolo, unico e indivisibile.

**ALTRI ESERCIZI**

10) Considera le formule seguenti, e risolvi ciascuna rispetto a una delle sue lettere.  
Per verificare la correttezza della formula inversa ottenuta, puoi risostituirne il 2° membro al posto della lettera nella formula di partenza per vedere se l'uguaglianza così ottenuta è esatta.

- a)  $f = \frac{1}{T}$  (relazione fra periodo e frequenza)      b)  $F = ma$  (2° principio della dinamica)
- c)  $v = \frac{s}{t}$  (definizione di velocità nel moto uniforme)      d)  $F = -kx$  (forza elastica)
- e)  $v = v_0 + at$  (velocità in un moto uniformemente accelerato)      f)  $\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$  (principio dei vasi comunicanti; "rho" si legge "rho")
- g)  $F_m \cdot m = F_r \cdot r$  (legge della leva)      h)  $s = s_0 + v(t - t_0)$  (legge del moto rettilineo uniforme)
- i)  $a = \frac{h}{\ell} g$  (accelerazione su di un piano inclinato)      l)  $pV = \frac{2}{3}U$  (equazione di Joule-Clausius)
- m)  $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$  (rendimento massimo di una macchina termica; "eta" si legge "éta")      n)  $F = \frac{9}{5}C + 32$  (formula che lega la temperatura Celsius alla Fahrenheit)
- o)  $x = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$  (ascissa del centro di massa di un sistema di due punti materiali)      p)  $F = m \frac{v^2}{r}$  (forza centripeta in un moto circolare uniforme;  $v > 0$ )
- q)  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$  (due resistenze in parallelo)      r)  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = -\frac{2}{r}$  (legge dei punti coniugati per uno specchio convesso)

11) (risposte in fondo alla pagina; le quantità in gioco sono tutte positive)

- a) Risolvi rispetto a  $T$ :  $\frac{a^3}{T^2} = K$  (Terza legge di Keplero)
- b) Risolvi rispetto a  $g$ :  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$  (periodo di un pendolo)
- c) Risolvi rispetto a  $c$ :  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  (fattore di Lorenz)

Dal sito [www.regentsprep.org](http://www.regentsprep.org)

12) Shoe sizes and foot length are related by the formula

$$S = 3F - 24,$$

where  $S$  represents the shoe size and  $F$  represents the length of the foot, in inches.

Solve the formula for  $F$ .

**Solution:**

$$S = 3F - 24$$

$$S + 24 = 3F$$

$$\frac{S + 24}{3} = \frac{3F}{3}$$

$$\frac{S + 24}{3} = F$$

**Steps:**

add 24 to both sides

divide both sides by 3

simplify

Done.



13) Sam says that the following equations are two ways to write the SAME formula. Decide whether or not you agree with Sam. Explain how you made your decision.

$$s = \frac{n}{n+1}$$

$$\frac{s}{s-1} = n$$

**RISPOSTE all'esercizio 11**

11a)  $\frac{a^3}{T^2} = K$ ;  $\frac{T^2}{a^3} = \frac{1}{K}$ ;  $T^2 = \frac{a^3}{K}$ ;  $T = \sqrt{\frac{a^3}{K}}$

11b)  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ ;  $2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = T$ ;  $\sqrt{\frac{\ell}{g}} = \frac{T}{2\pi}$ ;  $\frac{\ell}{g} = \frac{T^2}{4\pi^2}$ ;  $\frac{g}{\ell} = \frac{4\pi^2}{T^2}$ ;  $g = \frac{4\pi^2\ell}{T^2}$

11c)  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\gamma}$ ;  $1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\gamma^2}$ ;  $\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$ ;  $\frac{c^2}{v^2} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$ ;  $c^2 = \frac{v^2}{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \frac{v^2}{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}} = \frac{v^2\gamma^2}{\gamma^2 - 1}$ ;  $c = \sqrt{\frac{v^2\gamma^2}{\gamma^2 - 1}} = \frac{v\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}}$