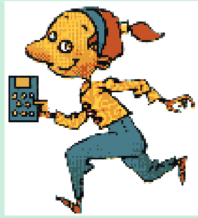
PROBLEMI VARI E “CREATIVI”



www.matematicasenzafrontiere.it

MATEMATICA SENZA FRONTIERE ogni anno propone una **gara nazionale alla quale concorrono intere classi** (è l'edizione italiana di Mathématiques Sans Frontières, una competizione che, nata in Francia, negli anni si è poi diffusa a parecchi paesi europei e non).

Un’intera classe (Seconda o Terza, per quanto riguarda le scuole superiori) ha 1 ora e ½ di tempo per risolvere **10 quesiti (le Seconde) o 13 quesiti (le Terze), di cui 1 in lingua straniera,** al quale è richiesto di dare la risposta pure in lingua straniera.

Andando sul sito e cliccando su “Prove” oppure su “Data Base Prove” e poi “Archivio”, puoi scaricare i testi delle gare degli anni passati.

“**Senior**” si riferisce alla scuola superiore, “Junior” invece è la versione per Scuola Media inferiore.
“**Prova d’accoglienza**” indica una simulazione, che precede la competizione vera e propria.

http://olimpiadi.dm.unibo.it/

Su questo sito, se clicchi su “Archivio Downloads”, puoi trovare testi e soluzioni delle gare chiamate “**OLIMPIADI MATEMATICHE**” o “**GIOCHI DI ARCHIMEDE**”.

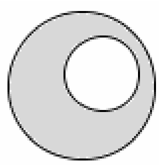
- “**Archimede**” indica le prove di Istituto, che si svolgono nelle singole scuole
- “**Febbraio**” indica le prove ancora più difficili assegnate alla fase provinciale
- “**Cesenatico**” indica le prove davvero difficilissime della gara nazionale

Riportiamo qui i testi di qualcuno dei Giochi degli anni passati.
Ovviamente, puoi trovare le *soluzioni* (complete di breve spiegazione) *sul sito*.

TESTO DEI “GIOCHI DI ARCHIMEDE” 2000 (clicca qui ⇨ per le risposte)

1) Al mercato delle pulci un venditore vende per 80 Euro uno scaffaletto che aveva acquistato per 70 Euro. Poi ci ripensa, riacquista lo scaffaletto per 90 Euro e lo rivende per 100 Euro. Quanto ha guadagnato alla fine?
(A) Nulla (B) 10 Euro (C) 20 Euro (D) ha perso 10 Euro (E) nessuna delle precedenti

2) Nella figura a fianco il raggio del cerchio esterno è il doppio di quello del cerchio interno. Quanto vale il rapporto fra l’area della regione ombreggiata e quella della regione bianca all’interno?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) dipende dalla posizione del cerchio
(E) nessuna delle precedenti

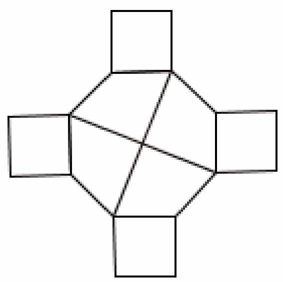


3) Qual è la media aritmetica dei numeri 1, 2, 3, … , 1999, 2000?
(A) 999 (B) 999,5 (C) 1000 (D) 1000,5 (E) 1001

4) Quanto vale 6a se $3a-2=2b-1$?
(A) $4b+1$ (B) $4b+2$ (C) $4b+3$ (D) $4b+4$
(E) nessuna delle precedenti

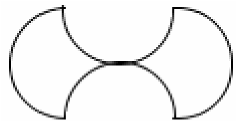
5) Se aumentiamo la lunghezza della base di un rettangolo del 30% e quella dell’altezza del 50%, l’area aumenta del
(A) 195% (B) 115% (C) 150% (D) 95% (E) 80%

6) Quanti assi di simmetria possiede la figura a lato?
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) nessuna delle precedenti



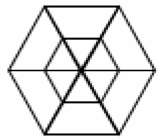
7) Ogni mese un grossista spedisce a un negoziante 24 litri, 32 litri e 40 litri di tre varietà diverse di vino utilizzando il minimo numero possibile di recipienti tutti uguali e completamente riempiti, ovviamente senza mescolare qualità diverse di vino nello stesso recipiente.
Quanti recipienti riceverà quel negoziante in un anno?
(A) 36 (B) 72 (C) 144 (D) 288 (E) i dati sono insufficienti

8) Quanto vale l'area della regione delimitata dalle quattro semicirconferenze di diametro 10 cm mostrate in figura?
(A) $100\,\text{cm}^2$ (B) $10\pi\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ (C) $50\pi\,\text{cm}^2$
(D) $100\pi\,\text{cm}^2$ (E) $25\pi\,\text{cm}^2$



9) Emanuele soffre d'insonnia. Un giorno alle 11:11 precise egli afferma: "*Non dormo da 53 ore e 53 minuti*". A che ora si è svegliato l'ultima volta?
(A) 5:04 (B) 5:18 (C) 5:58 (D) 6:04 (E) 6:18

10) Il lato dell'esagono più piccolo in figura vale 1 e quello del più grande vale 2. Qual è la somma delle lunghezze di tutti i tratti disegnati?
(A) 18 (B) 24 (C) 30 (D) 36 (E) nessuna delle precedenti



11) Un podista e un ciclista partono insieme dalla città A diretti alla città B distante da A 13 km, con l'accordo di fare la spola fra A e B senza fermarsi mai. Sapendo che ogni ora il podista percorre 9 km mentre il ciclista ne percorre 25, quale distanza separerà i due sportivi dopo 3 ore dall'inizio della competizione?
(A) 1 km (B) 2 km (C) 3 km (D) 4 km (E) 5 km

12) Il deposito della libreria di Tullio è una stanza cubica di lato 5 m e negli ultimi tempi è diventato troppo piccolo per poter contenere tutte le giacenze di magazzino. Perciò Tullio ne ha comprato uno nuovo, sempre di forma cubica, che, sostituito al precedente, gli ha permesso di guadagnare $218\,\text{m}^3$ di spazio. Di quanti metri il lato del nuovo deposito è più lungo di quello vecchio?
(A) 1 m (B) 2 m (C) 3 m (D) 4 m (E) 5 m

13) Il prezzo della mascotte delle olimpiadi di matematica e dato dalla somma del prezzo delle materie prime e del prezzo della lavorazione. L'anno scorso la mascotte costava 10 Euro. Quest'anno il costo delle materie prime è raddoppiato e quindi la mascotte costa 11,80 Euro.
Quanto incide quest'anno il prezzo delle materie prime sul prezzo finale del prodotto?
(A) Meno di 1 Euro (B) tra 1 e 2 Euro (C) tra 2 e 3 euro (D) tra 3 e 4 euro (E) più di 4 euro

14) Un ladro spia Marco mentre chiude la sua valigia con un lucchetto con combinazione di 3 cifre (ciascuna cifra va da 0 a 9). Non ha potuto vedere la combinazione ma è riuscito a capire che due cifre consecutive sono uguali e la terza e diversa.
Qual è il numero massimo di combinazioni che il ladro dovrà provare per aprire la valigia di Marco?
(A) 180 (B) 190 (C) 200 (D) 210 (E) 220

15) Un giardino quadrato di 20 metri di lato viene innaffiato con irrigatori puntiformi.
Ciascun irrigatore innaffia tutti i punti che distano da esso al più 10 metri. Qual è il minimo numero di irrigatori necessario per innaffiare tutto il giardino? (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

16) Versando $40\,\text{cm}^3$ di acqua in un recipiente a forma di parallelepipedo rettangolo avente un lato della base lungo 4 cm, il livello del liquido raggiunge 5 cm. Versandone una quantità incognita in un altro recipiente parallelepipedo rettangolo che ha quel lato della base lungo 6 cm e l'altro inalterato, il liquido raggiunge un livello di 15 cm. Quanti cm^3 di acqua sono stati versati la seconda volta?
(A) 180 (B) 80 (C) 40 (D) 20 (E) 80/9

17) Qual è la probabilità che, presi a caso tre vertici distinti di un esagono regolare, essi siano i vertici di un triangolo equilatero? (A) 1/4 (B) 1/8 (C) 1/9 (D) 1/10 (E) 1/20

18) Anna, Barbara, Chiara e Donatella si sono sfidate in una gara di nuoto fino alla boa.
All'arrivo non ci sono stati ex-aequo. Al ritorno,
Anna dice: "*Chiara è arrivata prima di Barbara*";
Barbara dice: "*Chiara è arrivata prima di Anna*";
Chiara dice: "*Io sono arrivata seconda*".
Sapendo che una sola di esse ha detto la verità,
(A) si può dire solo chi ha vinto (B) si può dire solo chi è arrivata seconda
(C) si può dire solo chi è arrivata terza (D) si può dire solo chi è arrivata ultima
(E) non si può stabilire la posizione in classifica di nessuna

19) Nella tomba del faraone Tetrankamon è stato ritrovato uno smeraldo, lavorato a forma di tetraedro (piramide a base triangolare), i cui spigoli misurano in millimetri 54, 32, 32, 29, 27, 20. Indicando con A, B, C, D i vertici del tetraedro e sapendo che AB è lungo 54, quanti millimetri e lungo CD?
(A) 32 (B) 29 (C) 27 (D) 20 (E) non si può determinare

20) In una scuola il 60% degli studenti e di sesso maschile, il 90% è minorenne ed il 60% ha i capelli castani. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera?
(A) C'è almeno una ragazza maggiorenne (B) C'è almeno una ragazza con i capelli castani
(D) C'è almeno un ragazzo minorenne e castano (D) Non ci sono ragazzi maggiorenni e castani
(E) C'è almeno un ragazzo biondo

TESTO DEI "GIOCHI DI ARCHIMEDE" 2004 (clicca qui ⇨ per le risposte)

1) Secondo una recente statistica, ogni italiano mangia in media 30 kg di pasta all'anno. Sapendo che la popolazione italiana è di 57 milioni di abitanti, quante tonnellate di pasta si consumano in Italia ogni anno?
(A) meno di 1000 (B) più di 1000, ma meno di 10 mila (C) più di 10 mila, ma meno di 100 mila
(D) più di 100 mila, ma meno di 1 milione (E) più di 1 milione

2) Luigi ha 4 anni più di Silvio che, a sua volta, ha 3 anni più di Carlo. Se complessivamente hanno 34 anni, quanti anni ha il più grande? (A) 12 (B) 15 (C) 17 (D) 18 (E) 20

3) Tarzan vuole tenere il suo leone in una radura di forma circolare avente raggio 12 metri e con un alto albero nel centro. Per fare in modo che il leone non scappi, lo lega con una catena all'albero centrale, ma al momento di fissarla si accorge che la catena è lunga 13 metri anziché 12. Non potendo in alcuna maniera accorciare la catena, decide di legarla più in alto, in modo che il leone possa raggiungere il limite della radura, senza uscirne. A quanti metri di altezza dal suolo Tarzan lega la catena?
(Si trascurino il diametro dell'albero e, solo per questo esercizio, le dimensioni del leone).
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

4) Se $a+1=b-2=c+3=d-4$, qual è il più piccolo dei numeri a, b, c, d?
(A) a (B) b (C) c (D) d (E) non si può stabilire in base ai dati del problema.

5) Ad una gara matematica partecipano 1200 candidati. Il 40% di essi riceve una medaglia (d'oro, d'argento o di bronzo). Il numero di medaglie di bronzo è triplo di quello di medaglie d'oro; il numero di medaglie d'argento è doppio di quello di medaglie d'oro. Quante sono le medaglie d'argento?
(A) 120 (B) 144 (C) 160 (D) 180 (E) nessuna delle precedenti.

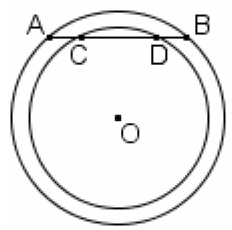
6) Tre amici stanno conversando. Uno di loro dice: "Almeno due di noi sono bugiardi."
Un altro ribatte: "Non è vero!". Quanti sono i bugiardi?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) i dati sono incongruenti (E) non si può determinare in modo univoco.

7) a, b e c sono tre numeri naturali. Sappiamo che a è divisibile per 15, b è divisibile per 12 e c per 21.
Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?
(A) $a^2+b^2+c^2$ è divisibile per 18 (B) $a+b+c$ è divisibile per 9 (C) $a+b+c$ è divisibile per 2
(D) $(a+b+c)^2$ è divisibile per 9 (E) $a^2+b^2+c^2$ è divisibile per 15.

8) Sulla lavagna è scritto inizialmente il numero 1. Successivamente, dieci studenti a turno cancellano il numero che trovano sulla lavagna e lo sostituiscono con il suo doppio aumentato di 1.
Qual è il numero che resta sulla lavagna alla fine? (A) 31 (B) $2^{11}+1$ (C) $2^{11}-1$ (D) 3^{10} (E) 2005.

9) Marco deve recarsi una volta all'anno, per lavoro, in un lontano Paese dalla dissestata economia, nel quale da un anno all'altro i prezzi raddoppiano. Tuttavia la moneta di quel Paese perde ogni anno il 30% del suo valore rispetto all'Euro. La spesa (in Euro) sostenuta da Marco per il suo soggiorno nel 2004 risulta pertanto
(A) minore di quella del 2002 (B) uguale a quella del 2002 (C) superiore a quella del 2002, ma minore del doppio di essa (D) uguale al doppio della spesa del 2002 (E) uguale al quadruplo della spesa del 2002.

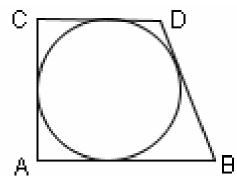
10) Quanto è lunga la corda AB sapendo che AB = 2CD
e che i raggi dei due cerchi concentrici sono 5 metri e 4 metri?
(A) $2\sqrt{2}$ m (2) $2\sqrt{3}$ m (C) $3\sqrt{3}$ m (D) $4\sqrt{3}$ m
(E) dipende dall'inclinazione della corda



11) Quante sono le coppie ordinate di numeri naturali (x, y), $x>0$ e $y>0$, tali che $5<x+y\leq 10$?
(Attenzione: si considerano coppie ordinate, quindi, ad esempio, le coppie (3,4) e (4,3) sono distinte tra loro).
(A) 20 (B) 25 (C) 30 (D) 35 (E) nessuna delle precedenti.

12) Michele si prepara all'ultimo compito in classe di matematica dell'anno; lo affronta con tranquillità, sapendo che se prenderà 10 avrà la media del 9, mentre prendendo 5 la media diverrà 8.
Quanti compiti ha già fatto quest'anno Michele?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) i dati non sono sufficienti per dare la risposta.

13) Il trapezio rettangolo ABCD contiene una circonferenza di raggio 1 metro, tangente a tutti i suoi lati.
Sapendo che il lato obliquo BC è lungo 7 metri , trovare l'area del trapezio.
(A) 8 metri quadrati (B) 9 metri quadrati (C) 10 metri quadrati
(D) 11 metri quadrati (E) non si può ricavare dai dati del problema.



14) Venti soffici cuscini quadrati sono impilati uno sopra l'altro. Ogni cuscino pesa 500 g ed ha inizialmente uno spessore di 30 cm. Nella pila, però, lo spessore di ogni cuscino si riduce in ragione di 2 cm per ogni chilo di peso sopra di esso (1 cm per ogni mezzo chilo). Quanto è alta la pila di cuscini?
(A) 220 cm (B) 410 cm (C) 490 cm (D) 581 cm (E) mancano dati per poter rispondere.

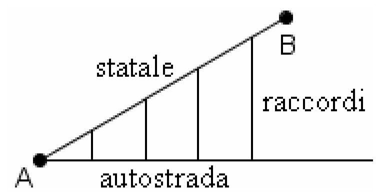
15) Una cassetta di legno, senza coperchio, è fabbricata con tavole spesse 2 cm. Se le dimensioni esterne della base (rettangolare) sono 38 cm e 44 cm e l'altezza esterna è 47 cm, di quanti centimetri cubi è il volume interno della cassetta? (A) 61200 cm^3 (B) 63920 cm^3 (C) 68040 cm^3 (D) 75240 cm^3 (E) 78584 cm^3

SE HO UN INSIEME DI 24 ELEMENTI, IN QUANTI MODI POSSO SCEGLIERNE 2?

Un modo efficace per rispondere a questa domanda è di pensare dapprima che la coppia di elementi che si scelgono sia ordinata, tenendo poi conto solo in un secondo tempo … che invece non lo è.
Dunque: scelgo il primo elemento, e posso fare questa scelta in 24 modi;
per ciascuno dei modi con cui ho scelto il primo elemento, mi si apre un ventaglio di 23 possibilità per la scelta del 2° elemento. Allora per la scelta dei due elementi, nell'ordine, le possibilità sono $24 \cdot 23 = 552$.
Ma in realtà l'ordine di scelta non mi interessa:
insomma, scegliere prima a e poi b, oppure prima b e poi a, è esattamente la stessa cosa:
le due coppie ordinate (a, b) e (b, a) vanno pensate come indistingubili,
è come se si "fondessero" in una stessa entità, la coppia non ordinata $\{a, b\}$.
Perciò il numero di coppie ordinate va diviso per 2 e si ottiene che il numero di modi nei quali è possibile scegliere 2 elementi da un insieme che ne contiene 24 è $\frac{24 \cdot 23}{2} = 276$.
In generale, dato un insieme di n elementi, posso sceglierne 2
(quando non conta l'ordine in cui li scelgo, ma solo *quali* scelgo) in $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$ modi.
Ad esempio, se ho 2 anelli da mettere al dito, fra le 10 dita delle mie mani posso scegliere quelle in cui infilare gli anelli in $\frac{10 \cdot 9}{2} = 45$ modi.

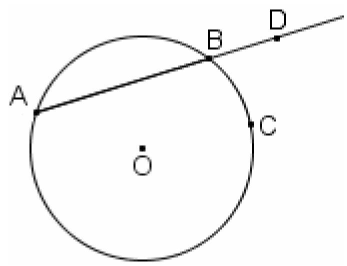
16) Dieci amici decidono di giocare una partita di calcetto, cinque contro cinque. Sapendo che vi sono due terne di fratelli, e che i tre fratelli Ambrosio desiderano giocare tutti nella squadra A mentre i tre fratelli Bianchi desiderano giocare tutti nella squadra B, in quanti differenti modi si possono formare le due squadre?
(A) 3 (B) 6 (C) 15 (D) 24 (E) 30

17) Un automobilista deve andare dalla città A alla città B, distanti tra loro 50 km in linea d'aria, e vuole impiegare il minor tempo possibile. Può percorrere la strada statale che collega direttamente A a B, oppure può percorrere un tratto di autostrada, che passa da A e forma con la statale un angolo di 30 gradi, e prendere uno dei raccordi che partono ortogonalmente dall'autostrada e arrivano sulla statale (vedi figura).



In tutto ci sono 4 raccordi, rispettivamente dopo 10, 20, 30 e 40 km da A.
Sull'autostrada la velocità massima consentita è 130 km all'ora, sulla statale e sui raccordi è 90 km all'ora.
Quale scelta è più conveniente?
(A) percorrere solo la statale (B) percorrere l'autostrada fino al primo raccordo, quest'ultimo e poi la statale
(C) percorrere l'autostrada fino al secondo raccordo, quest'ultimo e poi la statale
(D) percorrere l'autostrada fino al terzo raccordo, quest'ultimo e poi la statale
(E) percorrere l'autostrada fino al quarto raccordo, quest'ultimo e poi la statale.

18) Siano A, B, C tre punti su una circonferenza di centro O. Sia D un punto esterno alla circonferenza, situato sulla retta AB dalla parte di B.
Sapendo che $C\hat{B}D = 72°$, quanto misura l'angolo $A\hat{O}C$?
(A) 135° (B) 144° (C) 153° (D) 162° (E) 171°



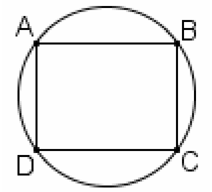
19) Quanti sono i multipli di 5 fra i numeri interi di 4 cifre che si scrivono senza usare altre cifre all'infuori di 0, 1, 2, 3, 4, 5 ?
(È consentito impiegare più volte la stessa cifra; 0 non può essere la cifra iniziale).
(A) 180 (B) 216 (C) 360 (D) 396 (E) 1080.

20) Sia data nel piano una circonferenza di raggio 3. Consideriamo tutti i punti P del piano tali che la circonf. di centro P e raggio 2 interseca in almeno un punto la circonferenza data. Questi punti formano
(A) la circonferenza data (B) una circonferenza più grande di quella data (C) un cerchio
(D) una corona circolare (E) l'unione di due circonferenze concentriche.

TESTO DEI "GIOCHI DI ARCHIMEDE" 1998 (clicca qui ⇨ per le risposte)

1) $0{,}3 \times 0{,}3 \times 0{,}3$ è uguale a:
(A) 0,9 (B) 0,27 (C) 0,027 (D) 0,009 (E) 0,0027

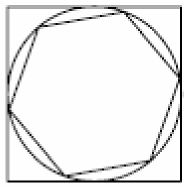
2) ABCD è un rettangolo con AB = 8 cm e BC = 6 cm.
Quanto vale l'area del cerchio circoscritto?
(A) 25π cm^2 (B) 24 cm^2 (C) 24π cm^2
(D) 50π cm^2 (E) nessuna delle precedenti



3) Quale fra le seguenti espressioni rappresenta il quadrato del triplo del consecutivo di un numero intero n?
(A) $[3(n+1)]^2$ (B) $3n^2+1$ (C) $(3n+1)^2$ (D) $3(n^2+1)$ (E) $3(n+1)^2$

4) In una classe ci sono 30 alunni. La maestra li divide in 5 squadre di 6 alunni e organizza una gara a squadre. Alla fine della gara distribuisce caramelle a tutti gli alunni, facendo in modo che ogni componente dell'unica squadra vincitrice riceva il doppio di caramelle rispetto agli alunni delle rimanenti squadre.
Sapendo che in tutto la maestra distribuisce 540 caramelle, quante caramelle riceve ogni vincitore?
(A) 15 (B) 18 (C) 27 (D) 30 (E) 36

5) Si consideri un quadrato di lato unitario;
inscriviamo al suo interno una circonferenza
e, all'interno di questa, un esagono regolare.
Quanto misura il lato dell'esagono?
(A) ½ (B) $\sqrt{3}/2$ (C) $\sqrt{3}/3$ (D) $4(\sqrt{2}-2)/7$ (E) $\pi/6$



6) La produzione vinicola italiana rappresenta il 25% di quella mondiale ed il 38% di quella europea.
Quale percentuale della produzione mondiale è rappresentata dalla produzione europea?
(A) Meno del 50% (B) fra il 50% e il 60% (C) fra il 60% e il 70%
(D) più del 70% (E) non si può determinare

7) La città del mistero dista 500 km da Topolinia e 1200 km da Paperopoli.
Qual è il minimo valore possibile per la distanza tra Topolinia e Paperopoli?
(A) 500 km (B) 700 km (C) 1200 km (D) 1300 km (E) 1700 km

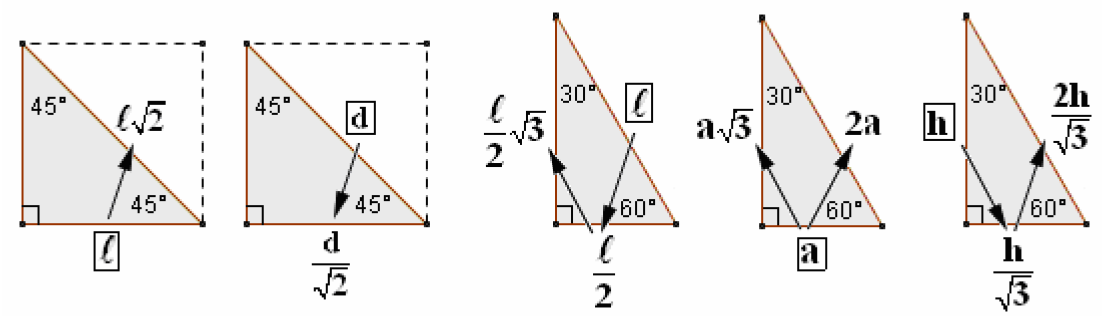
8) Se i numeri $0{,}3$; $0{,}\bar{3}$; $(0{,}\bar{3})^2$; $\dfrac{1}{0{,}3}$; $\dfrac{1}{0{,}\bar{3}}$ vengono messi in ordine crescente, il terzo numero è:

(A) $0{,}3$ (B) $0{,}\bar{3}$ (C) $(0{,}\bar{3})^2$ (D) $\dfrac{1}{0{,}3}$ (E) $\dfrac{1}{0{,}\bar{3}}$

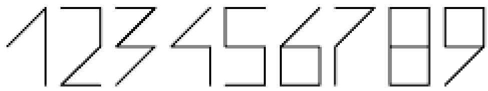
9) Qual è il più piccolo intero di tre cifre divisibile per 3 e per 13?
(A) 102 (B) 104 (C) 117 (D) 139 (E) nessuno dei precedenti.

10) I raggi di tre sfere sono proporzionali a 1, 2, 3. Allora si ha che:
(A) il volume della sfera più grande è il triplo del volume della sfera più piccola
(B) la somma dei volumi delle due sfere più piccole è uguale al volume della sfera più grande
(C) il volume della sfera più grande è il triplo della somma dei volumi delle altre due
(D) la superficie della sfera più grande è uguale alla somma delle superfici delle altre due
(E) la superficie della sfera più grande è il triplo della somma delle superfici delle altre due.

Per i quesiti n° 11 e n° 14 può essere utile tener presenti alcune relazioni fra i lati
di un triangolo rettangolo con gli angoli di 90°, 45°, 45° oppure con gli angoli di 90°, 30°, 60°.
Riassumiamo nelle figure sottostanti le formule che valgono in questi contesti.

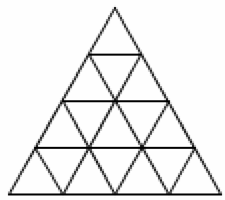


11) Se ordiniamo le cifre seguenti secondo la somma delle lunghezze dei segmenti di cui sono composte, quale cifra occupa la posizione centrale?



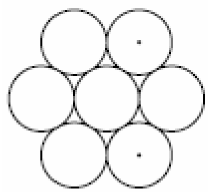
(A) Il 3 (B) il 2 (C) il 4 (D) ce n'è più di una (E) nessuna delle precedenti

12) Quanti triangoli equilateri sono presenti in questa figura?
(A) 16 (B) 20 (C) 25 (D) 26 (E) 27



13) In una classe di 20 persone, 15 giocano a calcio, 14 a basket, 13 a pallavolo.
Quanti sono, al minimo, coloro che praticano tutti e tre gli sport?
(A) 0 (B) 2 (C) 7 (D) 9 (E) 13

14) Sette cerchi di raggio unitario sono disposti come nella figura a fianco.
La distanza fra i due centri indicati con un punto è
(A) 2 (B) $\sqrt{3}$ (C) 3 (D) $2\sqrt{3}$ (E) nessuna delle precedenti.



15) Quale dei seguenti numeri termina con il maggior numero di zeri?
(A) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^5$ (B) $2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2$ (C) $2^5 \cdot 5^3 \cdot 3^2$ (D) $4^5 \cdot 5^6 \cdot 6^4$ (E) $4^6 \cdot 6^5 \cdot 5^4$

16) Platone amava particolarmente il dodecaedro regolare, che è un poliedro le cui facce sono 12 pentagoni regolari uguali. Quanti spigoli e quanti vertici ha tale poliedro?
(A) 20 spigoli e 20 vertici (B) 30 spigoli e 20 vertici (C) 20 spigoli e 30 vertici
(D) 30 spigoli e 60 vertici (E) 60 spigoli e 60 vertici.

17) Su un' isola vivono tre categorie di persone: i cavalieri, che dicono sempre la verità, i furfanti, che mentono sempre, ed i paggi che dopo una verità dicono sempre una menzogna e viceversa.
Sull'isola incontro un vecchio, un ragazzo e una ragazza.
Il vecchio afferma: “Io sono paggio”; “Il ragazzo è cavaliere”.
Il ragazzo dice: “Io sono cavaliere”; “La ragazza è paggio”.
La ragazza afferma infine: “Io sono furfante”; “Il vecchio è paggio”.
Si può allora affermare che tra i tre:
(A) c'è esattamente un paggio (B) ci sono esattamente due paggi
(C) ci sono esattamente tre paggi (D) non c'è alcun paggio (E) il numero dei paggi non è sicuro.

18) Un incallito giocatore paga 5000 lire per entrare in una casa da gioco, ove raddoppia i suoi soldi. Uscito, paga 5000 lire per il parcheggio dell'auto, ma – visto che la fortuna gli è propizia – entra in una seconda casa da gioco ad ingresso gratuito, ove nuovamente raddoppia il suo denaro. Dopo aver pagato nuovamente il parcheggio con 6000 lire, si accorge che non gli rimane più nulla nel portafogli.
Quanti soldi aveva inizialmente il giocatore?
(A) 10000 (B) 12000 (C) 15000 (D) i dati sono insufficienti (E) le risposte precedenti sono tutte errate.

19) Sappiamo che $x = 0{,}9...$ e che $1/x = 1{,}1...$
(i puntini indicano che le ulteriori cifre decimali sono state omesse).
Qual è la cifra che viene subito dopo il 9 nello sviluppo decimale di *x*?
(A) 0 (B) 1 (C) 9 (D) non si può determinare univocamente (E) nessuno dei precedenti.

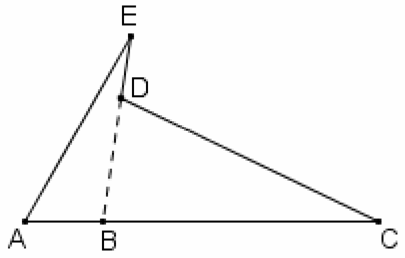
20) Sapendo che tra 200 e 300 (estremi inclusi) ci sono esattamente 13 multipli dell'intero *n*, quanto vale *n*?
(A) ≤ 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) ≥ 10

TESTO DEI “GIOCHI DI ARCHIMEDE” 1996 (clicca qui ⇨ per le risposte)

1) Un ciclista che viaggia alla velocità costante di 5 m/s quanti chilometri percorre in 3 ore?
(A) 15km (B) 18 km (C) 50 km (D) 54 km (E) nessuna delle precedenti.

2) Se in una città c'è un matematico ogni 320 abitanti, qual è la percentuale di matematici?
(A) 3,2% (B) 0,32% (C) 3,125% (D) 0,3125% (E) nessuna delle precedenti.

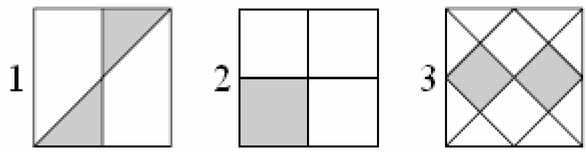
3) Si sa che nella figura a fianco
$C\widehat{A}E = 60°$, $A\widehat{E}B = 20°$, $A\widehat{C}D = 25°$.
I punti E, D, B sono allineati.
Qual è la misura di $B\widehat{D}C$?
(A) 75° (B) 85° (C) 90° (D) 105°
(E) le informazioni sono insufficienti.



4) Un secchio pieno di sabbia pesa complessivamente 9 kg, riempito per metà di sabbia pesa 5 kg.
Quanto pesa il secchio vuoto?
(A) 0,5 kg (B) 1 kg (C) 2 kg (D) 2,5 kg (E) il peso del secchio non può essere determinato.

5) Per cuocere il pesce sono necessari 15 minuti (fissi) per scaldare il forno, più 12 minuti di cottura per ogni ½ kg di pesce. Michele compra un branzino dal peso di 2,5 kg e vuole che sia cotto esattamente per le ore 20:00. A che ora Michele deve accendere il forno?
(A) 18:00 (B) 18:45 (C) 18:50 (D) 18:57 (E) 19:00

6) I tre quadrati del disegno hanno lo stesso lato. In che rapporto stanno le aree delle tre figure ombreggiate?



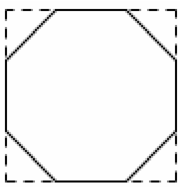
(A) La prima area è maggiore delle altre due
(B) la seconda area è maggiore delle altre due
(C) la terza area è maggiore delle altre due
(D) la prima area è uguale alla seconda, ed entrambe sono maggiori della terza
(E) le tre aree sono uguali.

7) Ieri non ho fatto colazione e sono andato a scuola, mentre l'altro ieri ho fatto colazione e sono andato a scuola. Quale delle frasi seguenti posso pronunciare senza essere bugiardo?
(A) Quando faccio colazione non vado mai a scuola
(B) tutte le volte che vado a scuola non faccio colazione
(C) ogni volta che vado a scuola faccio colazione
(D) talvolta vado a scuola senza fare colazione
(E) quando non faccio colazione non vado mai a scuola.

8) Nel rettangolo ABCD (vertici indicati in senso antiorario), E ed F sono i punti medi dei lati maggiori AD e BC rispettivamente. Sapendo che ABFE è simile a ABCD, quanto vale AD/AB ?
(A) $\frac{7}{5}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $2\sqrt{2}$ (E) le precedenti risposte sono tutte sbagliate.

9) Uno sprinter molto regolare quando corre i 100 metri impiega 2,4 secondi per i primi 20 metri e corre i restanti 80 m a velocità costante, concludendo la gara in 10 secondi netti.
Se proseguisse per altri 100 m senza modificare la sua velocità che tempo otterrebbe sui 200 m?
(A) 18,8 s (B) 19 s (C) 19,5 s (D) 19,6 s (E) 20 s.

10) Da un quadrato di lato 10 cm si tagliano i quattro angoli in modo da ottenere un ottagono regolare.
Il lato dell'ottagono è lungo
(A) 4 cm (B) $10\cdot(\sqrt{2}-1)$ cm (C) $3\sqrt{2}$ cm (D) 5 cm
(E) le precedenti risposte sono tutte sbagliate.



11) Una partita di angurie del peso iniziale di 500 kg viene stoccata per una settimana in un magazzino. All'inizio la percentuale di acqua contenuta nelle angurie è il 99% del loro peso, alla fine dello stoccaggio, a causa dell'evaporazione, tale percentuale è scesa al 98%. Quanto pesano alla fine le angurie?
(A) 250 kg (B) 400 kg (C) 480 kg (D) 490 kg (E) 495 kg.

12) In un rombo di area $80 \ \text{cm}^2$, una diagonale è lunga il doppio dell'altra. Quanto è lungo il lato del rombo?
(A) 8 cm (B) $\sqrt{80}$ cm (C) 10 cm (D) 20 cm (E) non si può determinare

13) Cinque persone non si trovano d'accordo sulla data.
- Carlo dice che oggi è lunedì 16 agosto
- Franco dice che oggi è martedì 16 agosto
- Marco dice che oggi è martedì 17 settembre
- Roberto dice che oggi è lunedì 17 agosto
- Tullio dice che oggi è lunedì 17 settembre.

Uno ha ragione, ma nessuno ha "completamente" torto, nel senso che ciascuno dice correttamente almeno una cosa (o il giorno della settimana, o il giorno del mese, o il mese). Chi ha ragione?
(A) Carlo (B) Franco (C) Marco (D) Roberto (E) Tullio.

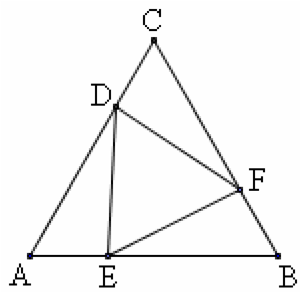
14) Sia $m = 999...99$ il numero formato da 77 cifre tutte uguali a 9 e sia $n = 777...77$ il numero formato da 99 cifre tutte uguali a 7. Il numero delle cifre di $m \cdot n$ è:
(A) 175 (B) 176 (C) 177 (D) 7692 (E) 7693

DEFINIZIONE CLASSICA DI PROBABILITA' (dovuta a Laplace, 1812)

Dicesi probabilità di un evento, il rapporto $\dfrac{\text{numero casi favorevoli}}{\text{numero casi possibili}}$, qualora tutti i casi possano essere considerati "equipossibili"; cioè, qualora non ci siano casi che tendano a verificarsi "più facilmente" di altri.

15) Quattro squadre di pallacanestro di pari forza disputano un torneo con girone unico all'italiana (ogni squadra incontra ogni altra squadra una sola volta).
Qual è la probabilità che ci sia una squadra che alla fine del torneo ha vinto tutte le sue partite? (le partite di pallacanestro non possono finire con un pareggio).
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{\pi}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{3}$

16) Sia ABC un triangolo equilatero e DEF un altro triangolo equilatero in esso inscritto con AB perpendicolare a ED.
Il rapporto fra le aree di ABC e di DEF è
(A) $\sqrt{3}$ (B) 2 (C) $\frac{5}{2}$ (D) 3 (E) $3\sqrt{2}$

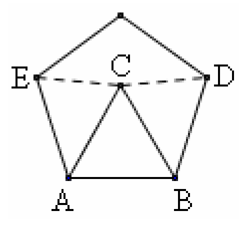


17) Un pallone di cuoio è ottenuto cucendo 20 pezzi di cuoio a forma esagonale e 12 pezzi di cuoio a forma pentagonale. Una cucitura unisce i lati di due pezzi adiacenti. Allora il numero totale delle cuciture è
(A) 90 (B) 172 (C) 176 (D) 180 (E) i dati del problema sono insufficienti.

18) Quanti angoli maggiori di 90° può avere un quadrilatero (non intrecciato)?
(A) Ne ha sempre almeno uno (B) ne ha al più uno (C) ne ha al più due
(D) ne ha al più tre (E) può averne quattro.

19) In una scatola vi sono quattro sacchetti: il primo sacchetto contiene 4 palline bianche e 3 nere, il secondo 2 palline bianche e 4 nere, il terzo 6 palline bianche e 9 nere, il quarto 5 palline bianche e 10 nere.
Si estrae un sacchetto a caso, e da questo, sempre a caso, si estrae una pallina.
Sapendo che è stata estratta una pallina bianca, quale sacchetto è più probabile che sia stato scelto?
(A) Il primo (B) il secondo (C) il terzo (D) il quarto
(E) tutti i sacchetti hanno la stessa probabilità di essere stati estratti.

20) Nel pentagono regolare disegnato a fianco, il triangolo ABC è equilatero.
Quanto vale l'angolo convesso $E\hat{C}D$?
(A) 120° (B) 144° (C) 150° (D) 168° (E) 170°



PROBLEMI TRATTI DAL "PROGETTO POLYMATH"

Il **Progetto Polymath** ⇨,
patrocinato dal Politecnico di Torino e dall'Istituto Superiore Mario Boella,
è nato per mettere in rilievo **la BELLEZZA DELLA MATEMATICA**, attraverso
"materiali da utilizzare in classe, problemi, giochi, lezioni, aggiornamenti, informazioni e proposte".

Grazie alla cortesia dei responsabili del progetto, e in particolare dell'amico torinese Federico Peiretti,
"Chi ha paura della matematica?" ha avuto una autorizzazione "in via eccezionale"
ad utilizzare 10 fra i bellissimi quesiti riportati.

Ti consiglio molto calorosamente di cimentarti con alcuni di questi problemi
(sono centinaia, proposti con **simpatia** e **belle immagini di corredo**).
Vedrai che per la maggior parte presentano una difficoltà non elevata,
gioiosamente superabile a patto di metterci la riflessione e l'impegno necessari.
Ecco qui di seguito i dieci che abbiamo scelto: sul sito però molti sono PIU' SEMPLICI di questi.

Puoi cliccare sulla **freccia** per la **correzione**, tratta dal sito.

1. Chi mente e chi dice il vero (Gennaio 2002)
[*Questo enigma è di Lewis Carroll, autore di "Alice nel paese delle meraviglie"*]
"A dice che B mente; B dice che C mente; C dice che A e B mentono".
Ora … *chi* mente e *chi* dice il vero?
Prerequisiti (= cosa occorre sapere): nessuno, oppure … elementarissime nozioni di Logica ⇨

45. Al lavoro in bici (Novembre 2002)
Ogni mattina, un impiegato va al lavoro in bicicletta. Dalla sua abitazione all'ufficio, percorre 4 km alla velocità di 20 km/h, riuscendo ad arrivare appena in tempo per timbrare il cartellino.
Una mattina, per problemi di traffico, riesce a percorrere soltanto 2 km alla velocità di 10 km/h.
Quale velocità media dovrà tenere per i 2 km rimanenti, se vuole arrivare in tempo in ufficio?
Prerequisiti: sapere cosa significa "velocità media" ⇨

59. La distribuzione del grano (Gennaio 2003; attribuito ad *Alcuino di York*, della corte di Carlo Magno**)**
Cento misure di grano vengono distribuite fra 100 persone in modo che ogni uomo ne riceve 3, ogni donna 2 e ogni bambino mezza. Quanti sono gli uomini, le donne e i bambini?
Prerequisiti: semplici uguaglianze letterali ⇨

65. Fanciulle in fiore (Febbraio 2003)
Tre amiche, Rosa, Viola e Margherita decidono di comprare dei fiori per le loro mamme, nel giorno della Festa della Mamma. "E' curioso - osserva la ragazza che ha comprato delle rose - abbiam comprato rose, viole e margherite, ma nessuna di noi ha comprato i fiori corrispondenti al proprio nome"
"Hai ragione", dice Viola. Quali sono i fiori comprati da ciascuna delle tre ragazze?
Prerequisiti: nessuno ⇨

110. Ragazze da marito (Dicembre 2003)
Due ragazze, Donatella e Giulia, vanno per la prima volta a un appuntamento con due ragazzi, Carlo e Andrea. Alle ragazze interessa sapere, per prima cosa, se sono ancora scapoli o se sono già sposati.
Sanno solo che uno dei due, bugiardo incallito, non dice mai la verità, mentre l'altro non mente mai.
Le ragazze chiedono: "Chi di voi è sposato?"
Ed entrambi affermano: "Se vi rispondesse il mio amico, vi direbbe che io sono scapolo".
Al momento della risposta, le ragazze non sanno ancora quale dei due sia il ragazzo che non mente mai e quello che non dice mai la verità.
Sono comunque in grado, dalla loro risposta, di stabilire lo "stato civile" dei due? Chi è sposato?
Prerequisiti: nessuno ⇨

114. Gatti e topi (Dicembre 2003)
Sei gatti mangiano sei topi in sei minuti. Quanti gatti ci vogliono per mangiare 10 topi in 10 minuti?
Prerequisiti: nessuno ⇨

120. Tre amici al bar (Gennaio 2004)
Tre amici vanno al bar a prendere l'aperitivo e pagano il conto di 30 euro: 10 euro ciascuno.
La cameriera prende i soldi e li porta alla cassa, dove il proprietario decide di fare uno sconto di 5 euro ai suoi clienti affezionati.
La cameriera si tiene 2 euro di mancia e restituisce 3 euro agli amici: un euro ciascuno.
Poiché ognuno aveva pagato 10 euro e riceve un euro di resto, in pratica paga 9 euro.
In totale i tre amici spendono quindi 27 euro che aggiunti ai 2 euro della cameriera fanno 29 euro.
Dov'è sparito l'euro restante?
Prerequisiti: nessuno ⇨

166. Politici onesti e politici corrotti (Novembre 2004)
Al Congresso di un certo partito sono presenti 100 uomini politici, ognuno dei quali è onesto oppure corrotto. Se sappiamo che almeno uno dei politici presenti è onesto e che presi due qualsiasi degli uomini politici, almeno uno è corrotto, possiamo da ciò dedurre quanti sono gli uomini politici onesti e quanti i corrotti? *Prerequisiti: nessuno* ⇨

338. La velocità media del cavallo (Marzo 2007)
Un cavallo percorre metà della sua strada senza carichi alla velocità di 12 km/h.
Un carico rallenta poi la sua velocità per il percorso rimanente, che percorre alla velocità di 4 km/h.
Qual è stata la sua velocità media? *Prerequisiti: sapere cosa significa "velocità media"* ⇨

429. Mele (Giugno 2008)
In una cassetta ci sono tre tipi di mele, mescolate fra loro. Noi non vediamo le mele, ma quante ne dobbiamo prendere per essere sicuri di avere almeno due mele dello stesso tipo?
E almeno tre mele dello stesso tipo? *Prerequisiti: nessuno* ⇨

PROBLEMI TRATTI DAL "LIBER ABACI" DI FIBONACCI (clic sulla **freccia** per la **correzione**)

Leonardo Pisano, detto il Fibonacci (NOTA), pubblicò il Liber Abaci, un trattato di aritmetica e algebra, nel 1202. La traduzione dei testi della piccola selezione di problemi sotto riportata, è molto libera.

1) **Una volpe scappa per sfuggire a un cane** che la insegue.
Entrambi fanno "balzi" di ugual lunghezza, ma mentre la volpe fa 6 balzi, il cane riesce a farne 9.
La distanza iniziale è di 50 balzi. … La volpe è spacciata! Dopo quanti balzi il cane la ghermisce?
Prerequisiti: *nessuno*; *volendo, ma non necessariamente, le equazioni* ⇨

2) **Un leone è precipitato in un pozzo** profondo 50 piedi. Nei giorni successivi:
… dal mattino alla sera, riesce faticosamente a risalire di 1/7 di piede,
… ma nel corso della notte, essendo le pareti scivolose, ridiscende poi di 1/9 di piede.
Si domanda dopo quanti giorni il leone riesce a uscire dal pozzo.
(Qui lo stesso buon Fibonacci sbagliò a dare la soluzione!) *Prerequisiti*: *nessuno* ⇨

3) **Giunta al mercato, una contadinella ricontrolla le sue uova**, e si accorge che se le conta a 2 a 2, oppure a 3 a 3, oppure a 4 a 4, o anche a 5 a 5 o a 6 a 6, in tutti questi casi gliene rimane sempre una d'avanzo; se le conta invece a 7 a 7, non ne gliene avanza nessuna.
E' possibile stabilire con quante uova la contadina è andata al mercato?
Prerequisiti: *sapere cos'è resto della divisione fra interi* ⇨

NOTA
Il nome dell'Autore è legato alla "**successione di Fibonacci**"
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 …
in cui **ogni termine, a partire dal terzo, è uguale alla somma dei due che lo precedono**,
e che rappresenta la soluzione del "**problema dei conigli**" studiato, appunto, nel Liber Abaci.

Una coppia di conigli appena nati, maschio e femmina, viene chiusa in un recinto;
ora supponiamo che ogni coppia di conigli:
a) inizi a generare esattamente allo scadere del secondo mese di età
b) generi una nuova coppia maschio+femmina ogni mese
c) e sia immortale.
Quante coppie di conigli ci saranno nel recinto all'inizio dell'n-esimo mese, con $n = 1, 2, 3, 4, \ldots$?

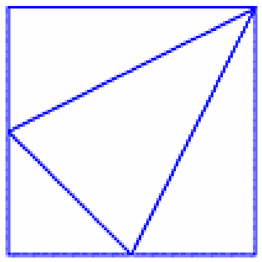
La successione di Fibonacci, che sovente viene in realtà fatta convenzionalmente iniziare dalla coppia 0 1:
0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 …
gode di meravigliose e insospettate proprietà;
ad esempio, il rapporto fra un termine e quello che lo precede ha un valore che si avvicina, procedendo "verso destra" nella successione,
al "numero aureo" $\phi = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$ che esprime il rapporto fra un segmento e la sua "sezione aurea".
A questi argomenti si fa cenno brevemente nel Volume 2 di "Chi ha paura della matematica?"

UN PROBLEMA "CLASSICO"

Ci sono 9 biglie, tutte identiche fra loro nell'aspetto; una però, differisce dalle altre nel peso (non si sa tuttavia se pesa di più o di meno, rispetto alle rimanenti).
Disponendo di una bilancia a due piatti, sapresti in sole tre pesate individuare la pallina "pazza", e stabilire se è più pesante o più leggera?

PROBLEMI GENTILISSIMAMENTE CONCESSI ⇨
DA NRICH (specialists in rich mathematics, http://nrich.maths.org/)
(**University of Cambridge**'s Faculty of Education / Centre for Mathematical Sciences).
La **freccia** ⇨ accanto al nome del problema è un link verso la **risposta**;
per metodi di risoluzione alternativi, inviati dagli studenti, davvero interessanti, puoi consultare il sito digitando il nome del problema nel motore di ricerca interno.

1) Fraction Fascination ⇨

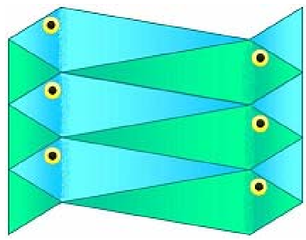


Ho disegnato questa figura tracciando un segmento dal vertice in alto a destra di un quadrato ai punti di mezzo di ciascuno dei due lati opposti.

Che frazione dell'area del quadrato rappresenta ciascuno dei quattro triangoli ottenuti?

(Cerca di rispondere senza calcolare alcuna area!)

2) Counting Fish ⇨



Voglio farmi un'idea di quanti pesci ci siano in un lago.

Catturo 40 pesci e marco ciascun pesce con un segno su di una scaglia, così che possa essere identificato, se nuovamente ripescato.

I pesci sono poi liberati, e una settimana dopo catturo ancora una volta 40 pesci e li osservo per vedere quali di questi erano già stati presi prima.

Come mi aiuta tutto ciò a determinare un valore approssimativo della popolazione di pesci del lago?

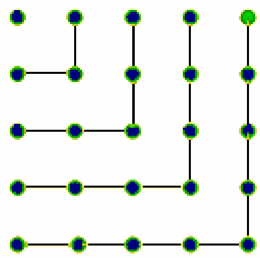
3) Dozens ⇨

ATTIVITA' (ESERCIZI SULLA DIVISIBILITA')
Prendi quattro carte con sopra le cifre 1, 3, 4 e 5.
Ora, lavorando in gruppo coi compagni, mettile in ordine con lo scopo di realizzare un numero divisibile (non sempre ciò sarà possibile!) per i numeri:
2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.
Quando il problema è impossibile, vedi se ci riesci andando a escludere una fra le carte date.

QUESITO
Qual è il più grande numero di 5 cifre divisibile per 12 costruibile utilizzando le cifre 1, 3, 4 e 5 ed una quinta cifra-jolly il cui valore può essere fissato a piacere?

4) Odd Squares ⇨

La figura qui a destra illustra la bella formula
$1+3+5+...+(2n-1)=n^2$
Ora tu utilizza la stessa figura per dimostrare che qualsiasi numero dispari $2n-1$ è sempre esprimibile come differenza di due quadrati.



Seconda richiesta … questa è più difficile, occorre fare uso dell'identità $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.
Trova una strategia per determinare tutti i possibili modi (ce ne sono ben 4) in cui il numero 105 si può scrivere come differenza fra i quadrati di due interi positivi.

5) Multiply the Addition Square ⇨

Considera una tabellina dell'addizione, per es. da 1 a 10:

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Ora in essa prendi un quadrato 3x3 di numeri:

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	**5**	**6**	**7**	8	9	10	11	12
3	4	5	**6**	**7**	**8**	9	10	11	12	13
4	5	6	**7**	**8**	**9**	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	**8**	**9**	**10**	11	12	13	14	15	16	17
8	**9**	**10**	**11**	12	13	14	15	16	17	18
9	**10**	**11**	**12**	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Moltiplica le due coppie di numeri agli angoli opposti, poi sottrai i due prodotti ottenuti:

5	6	7
6	7	8
7	8	9

$7\cdot 7-5\cdot 9=49-45=4$

8	9	10
9	10	11
10	11	12

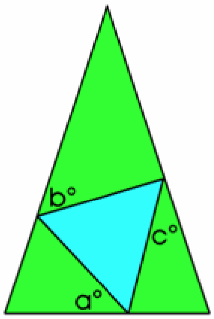
$10\cdot 10-8\cdot 12=100-96=4$

La differenza è SEMPRE uguale a 4? Perché?

6) Burning Down ⇨

Vengono accese due differenti candele.
Bruciano a velocità diverse
e una è più lunga di 3 cm rispetto all'altra.
La più lunga viene accesa alle 5.30 del pomeriggio
e la più corta alle 7.
Alle 9.30 le candele hanno la stessa lunghezza.
La più lunga finisce di consumarsi alle 11.30
e la più corta alle 11.
Quanto era lunga ciascuna candela originariamente?

7) Terminology ⇨



In un triangolo isoscele è incastrato ("inscritto")
un triangolo equilatero.
Determina a in funzione di b, c
(= trova un'espressione del tipo a = …
dove nel secondo membro devono comparire b, c).

Cosa si può dire dei triangoli nel caso sia a = b = c?

8) Perfectly Square ⇨

(E' richiesto di conoscere la fattorizzazione)

Osserva bene:

$$x_1 = 2^2 + 3^2 + 6^2$$

$$x_2 = 3^2 + 4^2 + 12^2$$

$$x_3 = 4^2 + 5^2 + 20^2$$

Dimostra che x_n è sempre un quadrato perfetto!

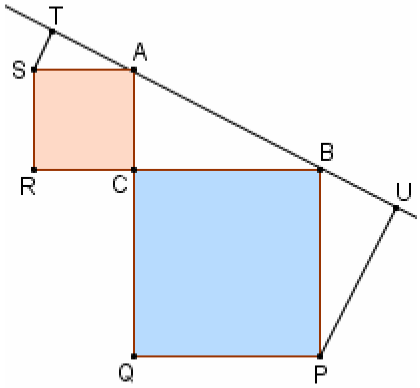
9) Phew I'm Factored ⇨

(E' richiesto di conoscere
i numeri in base diversa da dieci,
e la fattorizzazione)

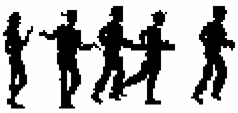
Dimostra che 10201, 11011 e 10101
Sono numeri composti (= non primi),
qualunque sia la base in cui si suppongono scritti.

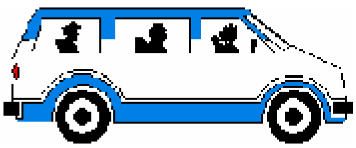
10) A Sameness Surely ⇨

Il triangolo ABC è rettangolo in C.
ACRS e CBPQ sono quadrati.
ST e PU sono perpendicolari ad AB.
Dimostra che ST+PU=AB.



11) Walk and Ride ⇨





Un gruppo di 10 studenti è in partenza per una gita scolastica,
sennonché l'autobus si guasta a 40 miglia dalla scuola.
Una professoressa riporta 5 di essi indietro fino alla scuola
con la sua automobile, viaggiando alla velocità media di 40 miglia all'ora.
Gli altri 5 studenti iniziano a camminare verso la scuola alla velocità
di 4 miglia all'ora. L'insegnante scarica i 5 che aveva accolto nella sua auto,
poi immediatamente ritorna per caricare anche gli altri,
di nuovo procedendo alla velocità di 40 miglia orarie.
Che distanza hanno coperto gli studenti
fino al momento in cui sono raggiunti dall'auto?

12) Never Prime ⇨

Se prendiamo
un intero *a*
composto da
due cifre distinte,
e consideriamo poi
l'intero *b*
che si ottiene invertendo
l'ordine di queste due cifre,
la differenza fra *a* e *b*
non potrà mai essere
un numero primo:
dimostralo!

E se le cifre fossero 3 o 4?

Il bellissimo sito http://nrich.maths.org/ ,
nato per arricchire (mathematical eNRICHment) l'esperienza matematica dei visitatori di tutte le età,
mette a disposizione gratuitamente una **ricchissima raccolta di problemi**
(**rintracciabili, con un motore di ricerca interno, per titolo o per argomento trattato**)
e gli studenti di tutto il mondo sono invitati ad inviare per e-mail
la loro soluzione dei problemi nuovi o ancora non risolti.