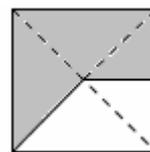
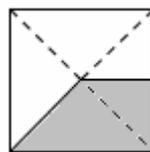
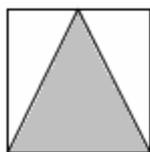
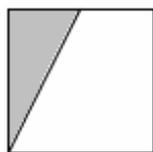
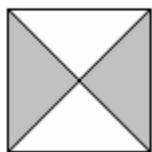


B) ESERCIZI SULLE FRAZIONI (risposte a pag. 27)

1) Scrivi a quale frazione del quadrato corrisponde la parte ombreggiata:



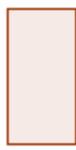
2) Considera le figure seguenti, e con la matita ombreggia, per ciascuna figura, la frazione di essa scritta accanto:



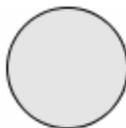
$$\frac{1}{8}$$



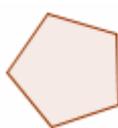
(come fare per un risultato perfetto?)



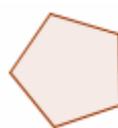
$$\frac{2}{5}$$



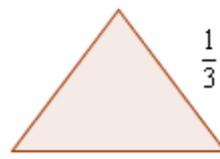
$$\frac{5}{8}$$



$$\frac{1}{2}$$



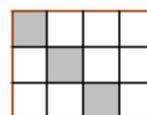
$$\frac{3}{10}$$



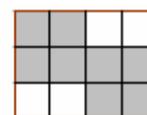
(c'è il modo di procedere con buona precisione: come?)

3) Con riferimento alla figura qui a fianco:

- la parte ombreggiata del rettangolo A, che frazione di A rappresenta?
- la parte ombreggiata del rettangolo A, che frazione della parte chiara di A rappresenta?
- la parte ombreggiata del rettangolo B, che frazione di B rappresenta?
- le due parti ombreggiate, che frazione rappresentano l'una dell'altra?



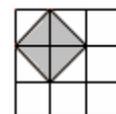
A



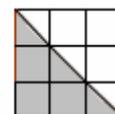
B

4) Con riferimento alla figura qui a fianco:

- la parte ombreggiata del rettangolo A, che frazione di A rappresenta?
- la parte ombreggiata del rettangolo A, che frazione della parte chiara di A rappresenta?
- la parte ombreggiata del rettangolo B, che frazione di B rappresenta?
- le due parti ombreggiate, che frazione rappresentano l'una dell'altra?



A



B

5) Sapendo che il segmento in figura è $\frac{5}{8}$ di un altro segmento s , determina graficamente s .



6) Se un segmento è $\frac{3}{4}$ di un altro, il quadrato costruito sul primo che frazione rappresenta del quadrato costruito sul secondo? Perché?



7) Semplifica il più possibile, ossia "riduci ai minimi termini":

$$\frac{48}{32} = \frac{\dots}{\dots}; \frac{18}{60} = \frac{\dots}{\dots}; \frac{6}{72} = \frac{\dots}{\dots}; \frac{56}{98} = \frac{\dots}{\dots}; \frac{264}{110} = \frac{\dots}{\dots}; \frac{87}{29} = \frac{\dots}{\dots} = \dots; \frac{96}{128} = \frac{\dots}{\dots}; \frac{169}{65} = \frac{\dots}{\dots}; \frac{22}{121} = \frac{\dots}{\dots}; \frac{56}{64} = \frac{\dots}{\dots}$$

8) Riempi i puntini: $\frac{3}{4} = \frac{\dots}{20}$; $\frac{1}{7} = \frac{3}{\dots}$; $\frac{2}{5} = \frac{\dots}{20}$; $\frac{3}{11} = \frac{15}{\dots}$; $\frac{7}{6} = \frac{\dots}{12}$; $2 = \frac{\dots}{30}$; $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{57}$; $\frac{18}{45} = \frac{\dots}{30}$; $\frac{\dots}{24} = \frac{5}{6}$; $\frac{28}{12} = \frac{\dots}{15}$

Confronto di due frazioni

Per confrontare due frazioni, le si può trasformare entrambe in numeri con la virgola, eseguendo la divisione; oppure, le si porta allo stesso denominatore (il minimo comune denominatore, o comunque un multiplo comune ai due denominatori; dopodiché, la frazione col numeratore più piccolo sarà la minore fra le due).

Ad es., per confrontare le due frazioni $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{5}$, si considera che $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$ e $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ e se ne conclude che $\frac{2}{5} > \frac{1}{3}$.

E' chiaro che a volte basta una semplice osservazione: dovendo confrontare $\frac{37}{36}$ e 1, capiamo subito che $\frac{37}{36} > 1$ se osserviamo, banalmente, che una frazione il cui numeratore supera il denominatore è più grande dell'unità.

Ancora:

$\frac{6}{7} < \frac{7}{8}$, perché $\frac{6}{7} = 1 - \frac{1}{7}$ e $\frac{7}{8} = 1 - \frac{1}{8}$, ma $\frac{1}{7} > \frac{1}{8}$ quindi togliendo $\frac{1}{7}$ dall'unità resterà meno che togliendole $\frac{1}{8}$.

9) Ciò premesso, metti in ordine crescente i numeri seguenti: a) $\frac{3}{4}, \frac{5}{7}$ b) $\frac{7}{10}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}$ c) $2, \frac{7}{4}, \frac{11}{6}$

□ ESEMPI GUIDATI su somme e differenze di frazioni:

$$a) \frac{11}{12} - \frac{5}{8} = \frac{24:12 \cdot 11}{24} - \frac{24:8 \cdot 5}{24} = \frac{7}{24}$$

$$b) 3 - \frac{7}{10} + \frac{1}{5} = \frac{10:1 \cdot 3}{10} - \frac{10:10 \cdot 7}{10} + \frac{10:5 \cdot 1}{10} = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

\downarrow
 $\frac{3}{1}$

m.c.m.(1, 10, 5)
 la frazione va semplificata, se possibile!

$$c) \frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{1}{12} = \frac{12:3 \cdot 1}{12} + \frac{12:6 \cdot 5}{12} + \frac{12:12 \cdot 1}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

\downarrow
 $\frac{15}{12}$

m.c.m.(3, 6, 12)
 la frazione va semplificata, se possibile!

10) ESERCIZI GUIDATI su somme e differenze di frazioni:

$$a) \frac{5}{6} + \frac{7}{8} = \frac{\dots + \dots}{24} = \frac{41}{24} \quad b) \frac{1}{15} + \frac{5}{6} = \frac{\dots + \dots}{30} = \dots = \frac{9}{10} \quad c) \frac{7}{4} - \frac{1}{8} = \frac{\dots - \dots}{8} = \frac{13}{8} \quad d) \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{\dots + \dots - \dots}{12} = \frac{5}{12}$$

$$e) 3 - \frac{2}{7} = \frac{\dots - \dots}{7} = \frac{19}{7} \quad f) \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{4} = \frac{\dots + \dots - \dots}{12} = \frac{13}{12} \quad g) \frac{3}{10} + \frac{1}{4} = \frac{6 + \dots}{20} = \frac{11}{20} \quad h) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{\dots + \dots + 1}{\dots} = \dots = 1$$

11) ESERCIZI (somme e differenze di frazioni):

$$a) \frac{3}{4} + \frac{5}{6} \quad b) \frac{7}{5} - \frac{5}{6} \quad c) \frac{1}{2} + \frac{4}{3} + \frac{7}{6} \quad d) \frac{7}{22} - \frac{1}{4} \quad e) \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24} \quad f) 4 + \frac{3}{10} \quad g) \frac{1}{20} + \frac{1}{30} \quad h) 2 - \frac{3}{5} - \frac{1}{10} - \frac{4}{15}$$

$$i) 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \quad l) \frac{5}{6} - \frac{3}{4} + \frac{1}{12} \quad m) 0,5 + 0,05 \quad n) 0,04 + \frac{4}{25} \quad o) \frac{1}{30} + 0,1\bar{2} \quad p) 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$$

□ ESEMPI (prodotti e quozienti di frazioni):

$$a) \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{8} = \frac{35}{48} \quad b) \frac{12}{5} \cdot \frac{33}{8} = \frac{9}{10} \quad c) \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{18} \quad d) \frac{2}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{3} \quad e) \frac{2}{8} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$f) \frac{3}{25} : \frac{21}{10} = \frac{3}{25} \cdot \frac{10}{21} = \frac{2}{35} \quad g) 12 : \frac{14}{5} = \frac{6}{1} \cdot \frac{5}{14} = \frac{30}{7} \quad h) \frac{30}{16} : 12 = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{12} = \frac{5}{32}$$

12) ESERCIZI (prodotti e quozienti di frazioni):

$$a) \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \quad b) \frac{7}{5} \cdot \frac{5}{6} \quad c) \frac{19}{9} \cdot \frac{2}{7} \quad d) \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{7}{6} \quad e) 26 \cdot \frac{2}{13} \quad f) \frac{1}{8} \cdot 24 \cdot \frac{11}{6} \quad g) \frac{15}{10} \cdot \frac{1}{2} \quad h) \frac{41}{200} \cdot 40 \quad i) \frac{3}{5} : \frac{4}{15}$$

$$l) \frac{1}{2} : \frac{1}{3} \quad m) \frac{23}{6} : \frac{46}{9} \quad n) 7 : \frac{42}{11} \quad o) \frac{42}{11} : 7 \quad p) \frac{12}{30} : \frac{9}{25} \quad q) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} : \frac{1}{8} \quad r) \frac{18}{5} : \frac{2}{15} : \frac{6}{7} \quad s) \frac{18}{5} : \frac{2}{15} \cdot \frac{6}{7}$$

PROBLEMI CON LE FRAZIONI

13) Un commerciante disponeva di 45 scatole di marmellata.

Ma ne ha vendute $\frac{1}{5}$ la settimana scorsa, e questa settimana ha venduto ancora $\frac{1}{3}$ delle rimanenti.

Quante gliene restano?

NOTA: molto sovente, in Matematica, la particella “di” significa “moltiplicato per”:

ad esempio, $\frac{1}{3}$ “di” un numero equivale a dire $\frac{1}{3}$ “moltiplicato per” quel numero.

14) Scolo $\frac{1}{4}$ di una bottiglia di vino, poi ancora $\frac{2}{5}$ della parte restante.

Quale frazione di bottiglia rimane per le successive bevute?

a) $\frac{9}{20}$? b) $\frac{13}{20}$? c) $\frac{7}{20}$? d) $\frac{3}{10}$?

15) Gianni compra per una festa 48 paste di cui $\frac{1}{3}$ sono ciambelle, mentre $\frac{3}{4}$ delle paste rimanenti son bignole.

Poiché le paste che restano sono delle sfoglie, e una ciambella costa euro 0,40, una bignola 0,35 e una sfoglia 0,30, quanto spende Gianni in totale?

16) Ho piantato nel mio giardino rose, viole e tulipani. Se le rose sono $\frac{1}{3}$ delle viole e le viole a loro volta $\frac{1}{3}$ dei tulipani, dimmi quanti sono questi ultimi, sapendo che i fiori sono in totale 65.

17) Se $\frac{3}{4}$ di una distanza A equivalgono a $\frac{2}{3}$ di una distanza B, quale frazione della distanza B si può dire che A rappresenti?

18) Pierino ha già speso $\frac{5}{6}$ della sua paghetta, e gli rimangono 5 euro. A quanto ammontava la paghetta?

DALLA PARTE FRAZIONARIA ALL'INTERO

Supponiamo che i $\frac{3}{5}$ di un sacco di cemento pesino kg 21. Quanto peserà il sacco intero?

$$\text{Peserà kg } \frac{21}{\frac{3}{5}} = 21 \cdot \frac{5}{3} = 35.$$

Infatti, se i $\frac{3}{5}$ del sacco pesano 21 kg, $\frac{1}{5}$ del sacco peserà $21:3=7$ kg

$$\text{per cui il sacco intero avrà per peso kg } 5 \cdot (21:3) = \frac{5 \cdot 21}{3} = \frac{21}{\frac{3}{5}}.$$

Si sarebbe potuto procedere anche con una semplicissima "equazione": $\frac{3}{5}x = 21 \rightarrow x = \frac{21}{\frac{3}{5}}$

ESEMPIO

Sono un idraulico, e ho richiesto a un mio cliente un anticipo del $30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$

sull'ammontare complessivo del mio lavoro. Il cliente mi ha quindi versato 840 euro.

Quanto dovrò ancora darmi, come saldo, a lavoro ultimato?

$$\text{In tutto} = \frac{840}{\frac{3}{10}} = 840 \cdot \frac{10}{3} = 2800 \text{ euro}; \text{ ancora da versare} = 2800 - 840 = 1960 \text{ euro}.$$

Oppure:

$$\text{frazione del prezzo ancora da versare} = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}; \text{ ed essendo } \frac{7}{10} = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{3}, \text{ ancora da versare} = 840 \cdot \frac{7}{3} = 1960$$

- 19) In un piccolo cinema di periferia entrano 48 persone, e restano così ancora liberi i $\frac{3}{5}$ dei posti. Quanti sono questi in totale?
- 20) Ho dato $\frac{1}{5}$ di una tavoletta di cioccolato a una collega, poi ho mangiato i $\frac{2}{3}$ di ciò che rimaneva, e ne è rimasto un pezzo lungo 4 cm. Quanto era lunga in origine la tavoletta?
- 21) Ho delle caramelle, delle quali i $\frac{5}{12}$ sono alla frutta, i $\frac{2}{5}$ alla menta, le 22 restanti al latte-e-miele. Quante sono in totale le caramelle?
- 22) In una scuola superiore, alla fine dell'anno scolastico, i promossi sono i $\frac{3}{5}$ del totale, e gli alunni che devono colmare un debito formativo sono $\frac{1}{3}$ del totale. Si domanda che frazione del totale rappresentano i respinti, e, sapendo che questi ultimi sono in numero di 18, quanti sono gli studenti promossi senza debito.
- 23) Una compagnia di bambini organizza una lotteria nella quale il 1° premio equivale a $\frac{1}{4}$ della somma raccolta attraverso la vendita dei biglietti, il 2° premio a $\frac{1}{8}$ di tale somma, mentre il rimanente viene suddiviso in 10 premi di consolazione da 30 centesimi l'uno. Determinare l'ammontare del 1° premio.

Anselmo, presidente di un club di tifosi, compera, per conto degli iscritti al club, 24 biglietti per una partita di calcio. Successivamente però altre 4 persone si dichiarano interessate alla partita e quindi Anselmo va alla ricerca di altri biglietti, rivolgendosi ai bagarini, i quali nel frattempo hanno praticato un rincaro di $\frac{1}{3}$ per via delle tante richieste.

Se in totale spende 1320 euro, determina il costo del biglietto prima e dopo il rincaro.

Problemi come questo si risolvono molto agevolmente se si conoscono i rudimenti del calcolo letterale e se si sa impostare e risolvere una *equazione*.

Ma anche senza equazioni, ce la possiamo cavare, ad esempio, così:

se il biglietto senza rincaro fosse costato 1 euro, la spesa totale sarebbe stata di euro

$$24 + 4 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 24 + 4 \cdot \frac{4}{3} = 24 + \frac{16}{3} = \frac{72+16}{3} = \frac{88}{3} \quad (= 29,333...);$$

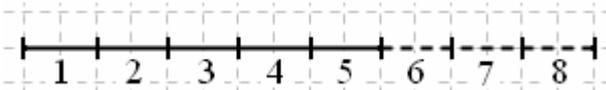
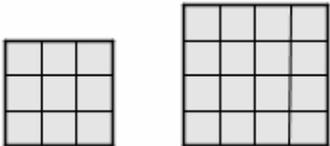
... ma poiché si sono spesi invece 1320 euro, il biglietto non costava (prima del rincaro) 1 euro,

$$\text{ne costava invece } \frac{1320}{\frac{88}{3}} = 1320 \cdot \frac{3}{88} = 45.$$

Il costo iniziale del biglietto era dunque di 45 euro, dopo il rincaro di $45 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 60$ euro.

- 24) Se l'età di Andrea è attualmente $\frac{1}{3}$ di quella di sua madre Barbara, e la somma di queste due età è 48 anni, fra 6 anni quale frazione dell'età di Barbara rappresenterà l'età di Andrea?
a) sempre $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{7}$ d) $\frac{11}{21}$
- 25) Un club conta 280 iscritti, ma le femmine sono solo $\frac{3}{4}$ dei maschi. Quante donne e quanti uomini ci sono nel club?
- 26) Fra i partecipanti a una selezione, $\frac{2}{3}$ sono stati respinti e solo $\frac{1}{18}$ promossi "con lode". Se il numero dei respinti supera di 286 unità quello dei promossi con lode, quanti sono stati i promossi "senza lode"?
- 27) Se un rubinetto è in grado di riempire una vasca in 2 ore, e un altro in 4 ore, tenendoli aperti entrambi in quanto tempo si riempirà la vasca?
(Indicazione: il 1° rubinetto, in 1 ora, che frazione dell'intera vasca riempie? E il 2°? Quindi ...)
- 28) Se un rubinetto è in grado di riempire una vasca in $\frac{1}{2}$ ora, e un altro in $\frac{1}{4}$ d'ora, tenendoli aperti entrambi in quanto tempo si riempirà la vasca?
- 29) Se un rubinetto è in grado di riempire una vasca in a ore, e un altro in b ore, tenendoli aperti entrambi in quanto tempo si riempirà la vasca?
- 30) Una squadra di 5 braccianti è in grado di portare a termine una vendemmia in 3 giorni. Se al posto dei 5 braccianti lavorassero i loro 13 bambini, ultimerebbero la vendemmia in 2 giorni. La giornata lavorativa è di 10 ore. E se adulti e piccoli vendemmiassero assieme, in quante ore si finirebbe il lavoro?

RISPOSTE AGLI ESERCIZI SULLE FRAZIONI

- 1) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$
- 2) Nel parallelogrammo, tracciare le due diagonali; i 4 triangoli ottenuti hanno tutti la stessa estensione, perché hanno tutti ugual base e uguale altezza, per cui ciascuno di essi è $\frac{1}{4}$ del parallelogrammo. Nel triangolo, dividere un lato in 3 parti uguali e congiungere i due punti di suddivisione col vertice opposto; i 3 triangoli ottenuti hanno tutti la stessa estensione, in quanto hanno ugual base e la medesima altezza; per cui ciascuno di essi sarà la terza parte del triangolo dato.
- 3) a) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ c) $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ d) la prima è $\frac{3}{8}$ della seconda, la seconda gli $\frac{8}{3}$ della prima
- 4) a) $\frac{4}{18} = \frac{2}{9}$ b) $\frac{4}{14} = \frac{2}{7}$ c) $\frac{1}{2}$ d) la prima, è $\frac{4}{9}$ della seconda; la seconda, è $\frac{9}{4}$ della prima
- 5)  6) I $\frac{9}{16}$: 
- 7) $\frac{48}{32} = \frac{3}{2}$; $\frac{18}{60} = \frac{3}{10}$; $\frac{6}{72} = \frac{1}{12}$; $\frac{56}{98} = \frac{4}{7}$; $\frac{264}{110} = \frac{12}{5}$; $\frac{87}{29} = \frac{3}{1} = 3$; $\frac{96}{128} = \frac{3}{4}$; $\frac{169}{65} = \frac{13}{5}$; $\frac{22}{121} = \frac{2}{11}$; $\frac{56}{64} = \frac{7}{8}$
- 8) $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$; $\frac{1}{7} = \frac{3}{21}$; $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$; $\frac{3}{11} = \frac{15}{55}$; $\frac{7}{6} = \frac{14}{12}$; $2 = \frac{60}{30}$; $\frac{2}{3} = \frac{38}{57}$; $\frac{18}{45} = \frac{12}{30}$; $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$; $\frac{28}{12} = \frac{35}{15}$
- 9) a) $\frac{5}{7} < \frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{7}{10}$ c) $\frac{7}{4} < \frac{11}{6} < 2$
- 10) a) $\frac{5}{6} + \frac{7}{8} = \frac{20+21}{24} = \frac{41}{24}$ b) $\frac{1}{15} + \frac{5}{6} = \frac{2+25}{30} = \frac{27}{30} = \frac{9}{10}$ c) $\frac{7}{4} - \frac{1}{8} = \frac{14-1}{8} = \frac{13}{8}$ d) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{6+8-9}{12} = \frac{5}{12}$
e) $3 - \frac{2}{7} = \frac{21-2}{7} = \frac{19}{7}$ f) $\frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{4} = \frac{4+12-3}{12} = \frac{13}{12}$ g) $\frac{3}{10} + \frac{1}{4} = \frac{6+5}{20} = \frac{11}{20}$ h) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3+2+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$
- 11) a) $\frac{19}{12}$ b) $\frac{17}{30}$ c) 3 d) $\frac{3}{44}$ e) $\frac{1}{3}$ f) $\frac{43}{10}$ g) $\frac{1}{12}$ h) $\frac{31}{30}$ i) 0 l) $\frac{1}{6}$ m) $\frac{20}{33}$ n) $\frac{1}{5}$ o) $\frac{7}{45}$ p) $\frac{127}{64}$
- 12) a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{7}{6}$ c) $\frac{38}{63}$ d) $\frac{7}{9}$ e) 4 f) $\frac{11}{2}$ g) $\frac{3}{4}$ h) $\frac{41}{5}$ i) $\frac{9}{4}$ l) $\frac{3}{2}$ m) $\frac{3}{4}$ n) $\frac{11}{6}$ o) $\frac{6}{11}$ p) $\frac{10}{9}$ q) 1 r) $\frac{63}{2}$ s) $\frac{162}{7}$
- 13) 24 14) a) 15) 17 euro e 20 centesimi 16) 45 tulipani 17) A rappresenta gli $\frac{8}{9}$ di B
- 18) 30 euro 19) 120 20) 15 cm 21) 120 22) $\frac{1}{15}$; 162 23) 1 euro e 20 centesimi 24) c)
- 25) 120 donne e 160 uomini 26) 130 27) $\frac{4}{3}$ di ora = 1 ora e 20' 28) $\frac{1}{6}$ di ora = 10'
- 29) In un numero di ore dato da $\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}$ 30) In 12 ore (1 giornata lavorativa + 2 ore)