

NUMERI INDICATI CON LETTERE; ALTRE ESPRESSIONI NUMERICHE

In Matematica ci si serve molto frequentemente di lettere per indicare dei numeri.
 Il numero rappresentato da una lettera può essere, a seconda di casi, *variabile*, *costante* o *incognito*.
 Vedi a proposito pag. 100.

**A) Calcola il valore delle
 ESPRESSIONI LETTERALI
 sotto elencate,
 per i valori delle lettere scritti accanto.**

NOTA ♥ Una scrittura del tipo $[\dots]_{a=...}$

significa che si vuole calcolare il valore
 che l'espressione entro le quadre assume,
 quando alla lettera si dà il valore specificato.

Esempio svolto (vedi la NOTA):

Calcolare $\frac{(a^2 - a)^2}{a - 1}$ per $a = -\frac{1}{2}$

Queste quadre servono per "inscatolare"
 l'espressione, la quale andrà poi calcolata
 sostituendo al posto della lettera il valore
 scritto in basso a destra della parentesi chiusa.

$$\left[\frac{(a^2 - a)^2}{a - 1} \right]_{a = -\frac{1}{2}} = \left[\frac{\left(\left(-\frac{1}{2} \right)^2 - \left(-\frac{1}{2} \right) \right)^2}{-\frac{1}{2} - 1} \right] = \frac{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right)^2}{-\frac{1-2}{2}} = \frac{\left(\frac{3}{4} \right)^2}{-\frac{3}{2}} = \frac{\cancel{9}^3}{\cancel{16}_8} \cdot \left(-\frac{\cancel{2}}{3} \right) = \boxed{-\frac{3}{8}}$$

1) $a(a+2) - 3a$ a) $a = -7$ b) $a = 0$ c) $a = +2$	2) $w(5w-3)$ a) $w = -3/10$ b) $w = 3/5$	3) $\frac{(t-1)(t-2)}{(t-3)(t-4)}$ a) $t = 0$ b) $t = 1$ c) $t = -1$
4) $\frac{4x(x+2y)}{(x-y)^2}$ a) $x = -2, y = 2$ b) $x = -1/4, y = -1/2$ c) $x = -1, y = 1/2$	5) $\frac{\frac{a-b}{b-a}}{a+b}$ a) $a = -1, b = 2$ b) $a = 2, b = -4$ c) $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{4}$ d) $a = 2, b = \frac{1}{3}$ e) $a = -\frac{1}{5}, b = 1$	
6) $\frac{m^4 - m^3}{-m^2 + 2}$ a) $m = 2$ b) $m = -2$	7) $(x+1)^2 - (x-1)^2 - 4x$ a) $x = 1$ b) $x = 2$ c) $x = 3$ d) $x = -3$ e) $x = 1/3$ f) $x = -4/5$	

**B) Le uguaglianze sotto elencate sono delle EQUAZIONI,
 ossia di fronte ad esse ci domandiamo:
 esistono dei valori della lettera che verificano l'uguaglianza?
 E in caso affermativo, quali sono? (pag. 149).
 Accanto a ciascuna sono proposti dei valori per la lettera;
 di essi, alcuni sono soluzione, altri no.
 Sostituisci, per riconoscere le soluzioni.**

Esempio svolto

Quali, fra i numeri
 $-1, -2, -3$,
 sono soluzioni dell'equazione
 $1 - x^2 = 4(x+1)$?

Con $x = -1$: $1 - (-1)^2 = 4(-1+1)$; $1 - 1 = 4 \cdot 0$; $0 = 0$ OK, è soluzione

Con $x = -2$: $1 - (-2)^2 = 4(-2+1)$; $1 - 4 = 4 \cdot (-1)$; $-3 = -4$ **NO**

Con $x = -3$: $1 - (-3)^2 = 4(-3+1)$; $1 - 9 = 4 \cdot (-2)$; $-8 = -8$ OK, è soluzione

8) $x(x-2) = 6 - x$ 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3	9) $(x+4)^2 - x^2 = 2(x+1)$ -3, $-\frac{8}{3}$, $-\frac{7}{3}$, -2
10) $-\frac{1}{2}\left(5 + \frac{3}{x}\right) + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{x}\right) + 2$ 1, -1, $-\frac{1}{4}$, 0	11) $\frac{x+2}{x^2+5x-24} - \frac{1}{x^2-5x+6} = 0$ 0, -3, +3, 4
12) $\frac{5}{8}a - \frac{9a-1}{16} = 0$ 1, -1, 2, -2	13) $y(9y^3 + 12y^2 + 2) = 11y^2$ 0, -1, -2, $\frac{1}{3}$

- 14) Prova a risolvere per tentativi le equazioncine che seguono
 (ciascuna delle quali ha una sola soluzione, tranne la c) che ne ha due).
 Si tratta di provare a trovare "a mente" quel numero che sostituito al posto di x rende vera l'uguaglianza.
- a) $\frac{10}{x} = -5$ b) $\frac{1}{4}x - 3 = 0$ c) $x^2 = x + 30$ d) $24(x+7) = 0$ e) $\sqrt{x} + 1 = 9$

C) Si può dimostrare che le uguaglianze sotto elencate sono delle IDENTITÀ' (vedi pag. 149 in fondo); vale a dire, valgono per qualsiasi valore "ammissibile" delle lettere coinvolte. Un valore non è "ammissibile" se dà luogo a un'operazione "non eseguibile" (es. la divisione per 0). Verifica la validità di ciascuna identità, per i valori delle lettere specificati accanto.

Esempio svolto: verifica la validità dell'identità $\frac{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}{a^2-b^2} = -\frac{1}{ab(a+b)}$ nel caso $a=3, b=-6$

$$\frac{\frac{1}{3}-\frac{1}{-6}}{3^2-(-6)^2} = -\frac{1}{3 \cdot (-6) \cdot (3-6)} \quad \frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}{9-36} = -\frac{1}{-18 \cdot (-3)} \quad \frac{\frac{3}{6}}{-27} = -\frac{1}{54} \quad \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{27}\right) = -\frac{1}{54} \quad -\frac{1}{54} = -\frac{1}{54} \quad \boxed{\text{OK!!!}}$$

15) $\frac{\frac{a}{b}-\frac{b}{a}}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} = a-b$ $a=4, b=5$ $a=-1, b=1/2$ $a=-2/3, b=-2$	16) $\frac{x-y}{\frac{1}{y-1}-\frac{1}{x-1}} = (x-1)(y-1)$ $x=3, y=-2$ $x=2, y=-1/2$ $x=1, y=3$ (?) $\Rightarrow$
17) $\frac{k+1}{k-1} - \frac{k-1}{k+1} = \frac{4k}{k^2-1}$ $k=0; k=2;$ $k=3; k=-1/2$	18) $\frac{1}{m-1} + \frac{m}{1-m^2} = \frac{1}{m^2-1}$ $m=2; m=-2; m=0;$ $m=3/5; m=-1/4$
19) $\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} = 0$ $a=2, b=4, c=6$ $a=0, b=-3, c=5$ $a=1, b=1/2, c=1/3$ $a=-1/2, b=-1/3, c=-1/4$	

D) Altre espressioni numeriche

$$\begin{aligned}
 &20) -\frac{2}{3} : \left(-1 - \frac{2}{3}\right) - \left[-\left(-\frac{7}{5}\right)\right] \quad 21) \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{5}\right) \left(\frac{1}{14} - \frac{2}{7}\right) - \left(-\frac{1}{20} + \frac{1}{5}\right) \quad 22) \frac{1}{3} - \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{10}\right) : \left(-1 + \frac{1}{4}\right) \\
 &23) \left(-\frac{13}{60} + \frac{7}{20}\right) : \left(\frac{3}{10} - \frac{4}{15}\right) \quad 24) \left[-1 - \left(-\frac{1}{5} - \frac{1}{15}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)\right] \cdot \left(-3 - \frac{9}{2}\right) \quad 25) \left[\left(-\frac{2}{3} - \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{1}{26} - \frac{1}{18}\right] : \left(1 - \frac{7}{12}\right) \\
 &26) \left[\left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{12}\right) \cdot \left(-\frac{8}{3}\right) + \frac{1}{3}\right] : \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 \quad 27) \left[\frac{3}{4} \cdot \left(-1 + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{6}\right] \cdot \frac{3}{2} + 1 \quad 28) \left\{\left[-9 : (-15) - \frac{7}{5}\right] \cdot \frac{1}{2}\right\} : \left(-\frac{1}{5}\right) \\
 &29) 6 - 1 : \left\{\left[\left(-\frac{3}{4} - 1\right) \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) - \frac{3}{2}\right] \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{12}\right\} \quad 30) \left(1 - \frac{1}{7}\right) \cdot \frac{2^3}{2^3-1} : (-24) - \frac{2 \cdot 5^2 + 1}{7} : (-7) \\
 &31) 3 \cdot \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{3}{8} - \frac{7}{12}\right) \left(\frac{-5^2+1}{5}\right)\right] \quad 32) -\frac{3}{7} \cdot \left[-\frac{1}{3} - \frac{1}{(-2)^2}\right] \cdot (-2^2) \quad 33) +\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{7}{5}\right) - \left(\frac{-1}{12} - 6^{-1} - 2^{-2}\right) \\
 &34) \left\{(-2)^3 \cdot \left[-(-2)^{-1} - 0,75\right] - 2^2 - 1^2\right\} \cdot (6^{-1} - 2^{-1}) \quad 35) \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - (0,2)^{-1}\right] \cdot \left(-0,5 - \frac{1}{5}\right) - 10^{-1} \\
 &36) \frac{\frac{-1-\frac{1}{6}+\frac{2}{3}}{1-\frac{1}{6}-\frac{2}{3}} + \frac{-1-2^{-1}+2^{-2}}{1-2^{-1}-2^{-2}}}{-(-2)^3} \quad 37) \left(\frac{-0,15-\frac{4}{5}}{-0,35+\frac{3}{10}} + 1\right) \cdot \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{6}\right) \quad 38) \frac{-\left(\frac{\frac{1}{6}-\frac{1}{4}}{\frac{1}{6}+\frac{1}{4}} - \frac{\frac{1}{6}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{6}-\frac{1}{2}}\right)}{\frac{3}{10}-\frac{1}{5}} + \frac{2}{3^{-2}}
 \end{aligned}$$

RISPOSTE

- 1) a) 56 b) 0 c) 2 2) a) 27/20 b) 0 3) a) 1/6 b) 0 c) 3/10 4) a) -1 b) 20 c) 0
 5) a) $\frac{3}{2}$ b) $-\frac{3}{4}$ c) 2 d) $\frac{5}{2}$ e) 6 6) a) -4 b) -12 7) a, b, c, d, e, f): 0
 8) $x=3, x=-2$ 9) $x=-7/3$ 10) $x=-1/4$ 11) $x=-3, x=4$ 12) $a=-1$ 13) $y=0, y=-2, y=1/3$
 14) a) $x=-2$ b) $x=12$ c) $x=6$ oppure $x=-5$ d) $x=-7$ e) $x=64$
 16) Qui il valore 1 non è ammissibile per x ! Infatti, ponendo $x=1$, si otterrebbe un denominatore uguale a 0, e la divisione per 0 è una "operazione non eseguibile" (illegal operation).
 20) -1 21) -1/10 22) 3 23) 4 24) 8 25) -1/3 26) -1 27) 0 28) 2 29) 0
 30) 1 31) -2 32) -1 33) 0 34) 1 35) 2 36) -1 37) -2 38) 0