

**ESERCIZI** (gentilissima concessione del prof. Raffaele Mascella dell'Università di Teramo)

1) “[...] dichiarativi sono non già tutti i discorsi, ma quelli in cui sussiste un’enunciazione vera oppure falsa. Tale enunciazione non sussiste certo in tutti: la preghiera, ad esempio, è un discorso, ma non risulta né vera né falsa. Prescindiamo dunque dagli altri discorsi, dal momento che l’indagine al riguardo è più pertinente alla retorica o alla poetica. Il discorso dichiarativo spetta invece alla presente considerazione” (Aristotele, *De interpretatione*)

Quale termine abbiamo noi utilizzato, al posto dell’aristotelico “discorsi dichiarativi”?

2) Quali fra le seguenti frasi sono da considerarsi delle “proposizioni”?

- (a) “La porta è chiusa”
- (b) “Forse la porta è chiusa”
- (c) “Probabilmente Albert Einstein descrisse la teoria della relatività ristretta nel 1905”
- (d) “Nel 1905 Albert Einstein descrisse la teoria della relatività ristretta”
- (e) “La soluzione dell’equazione  $3x + 15 = 24$  è  $x = 3$ ”
- (f) “Quanti anni hai?”
- (g) “Il 21 luglio del 336 a.C. Aristotele aveva una rana sotto la tunica”
- (h) “La capitale d’Italia è Milano”
- (i) “Fatti mandare dalla mamma a prendere il latte!”

3) “[...] nella lingua italiana, così come in tutti i linguaggi naturali, queste particelle logiche sono polivalenti e ambigue, si presentano in tante versioni equivalenti e hanno diversi sensi. Ad esempio la congiunzione «e» tra due enunciati può essere espressa in molteplici varianti («Marco è bravo e intelligente», «Marco è bravo, ma anche intelligente», «Marco è sia bravo, sia intelligente») ma quando è presente può avere anche significati diversi dall’affermazione che gli enunciati sono congiunti («si sposarono e vissero felici e contenti», che ha senso «e poi» ad indicare una consequenzialità), così come la disgiunzione «o» che può avere

- un senso debole o inclusivo

(se indica l’uno, o l’altro, o anche tutti e due: «se è sereno o fa caldo vado al mare»)

- oppure un senso forte o esclusivo

(se indica l’uno, o l’altro, ma non tutti e due: «oggi vado al mare o resto a casa»).

Gli esempi di usi e significati alquanto differenziati non terminano certo qui, ma credo che il senso sia stato compreso: nelle lingue naturali abbiamo molte possibilità di esprimere uno stesso concetto, avvalendoci dei significati multiformi delle parole, delle molteplici strutture grammaticali, dei contesti in cui vengono usate, dell’enfasi attribuita attraverso la punteggiatura o con l’oratoria.

In Logica è opportuno invece ricondurre tutte queste molteplicità espressive a quelle “di base”, cioè raggruppandole in base al significato che hanno, e considerando la forma linguisticamente più semplice per la loro denotazione.

Le particelle logiche aventi stesso significato sono così riportate ad un’unica rappresentazione, sia per simbolo che per significato” (R. Mascella)

Ciò premesso,

I) dire in quali delle seguenti proposizioni la congiunzione “e” si può esprimere tramite il connettivo  $\wedge$  :

- (a) “Carlo e Marco sono insegnanti”
- (b) “Carlo e Marco stanno venendo alla festa”
- (c) “Carlo ha una maglia bianca e blu”
- (d) “Carlo è andato al bar e ha preso un caffè”
- (e) “Carlo e Marco pesano ciascuno 80 Kg”
- (f) “Carlo e Marco pesano insieme 160 Kg”

II) Dire in quali delle seguenti proposizioni la “o” è inclusiva:

- (a) “Nelle fermate a richiesta l’autobus si ferma se qualche persona deve scendere o salire”
- (b) “Nel menu turistico è compreso il dolce o la frutta”
- (c) “Paolo sposerà Marina o Monica”
- (d) “Per vincere quel concorso bisogna essere molto bravi o raccomandati”
- (e) “L’unanimità si raggiunge quando tutti sono favorevoli o tutti sono contrari”
- (f) “Puoi farmi avere notizie tramite Claudia o tramite Elisa”

4) “Sono ammesse al concorso le persone che sono laureate e che hanno meno di trent’anni o hanno figli”.

Aldo non è laureato, ha ventisei anni e un figlio.

Paolo è laureato, ha quarant’anni e due figli.

Vincenzo è laureato, ha trentadue anni e non ha figli.

Chi può partecipare al concorso?

5) Aldo, Bruno e Carlo sono tre studenti che hanno sostenuto un esame.

Ponendo:

A = "Aldo ha superato l'esame", B = "Bruno ha superato l'esame", C = "Carlo ha superato l'esame",  
determinare le proposizioni composte che traducono, attraverso i connettivi logici, i seguenti enunciati:

- "Solo Carlo ha superato l'esame"
- "Solo Aldo non ha superato l'esame"
- "Solo uno tra Aldo, Bruno e Carlo ha superato l'esame"
- "Almeno uno tra Aldo, Bruno e Carlo ha superato l'esame"
- "Almeno due tra Aldo, Bruno e Carlo hanno superato l'esame"
- "Al più due tra Aldo, Bruno e Carlo hanno superato l'esame"
- "Esattamente due tra Aldo, Bruno e Carlo hanno superato l'esame"

6) Aldo, Bruno e Carlo sono gli unici tre membri di una commissione che vota una proposta.

Ponendo: A = "Aldo vota a favore"; B = "Bruno vota a favore"; C = "Carlo vota a favore",  
determinare le proposizioni composte che traducono i seguenti enunciati:

- "La votazione è stata unanime"
- "La proposta, in seguito alla votazione, è passata"
- "La proposta ha ricevuto un numero dispari di voti a favore"
- "La proposta è stata respinta, ma non all'unanimità"
- "La proposta è stata respinta; Bruno ha votato contro"

7) Posto: A = "Carlo è ligure" e B = "Diego è piemontese",

scrivere le proposizioni che traducono, attraverso i connettivi logici, i seguenti enunciati:

- "Carlo non è ligure"
- "Carlo è ligure e Diego è piemontese"
- "Carlo è ligure sebbene Diego sia piemontese"
- "Non è vero che Carlo sia ligure e allo stesso tempo Diego piemontese"
- "O Carlo è ligure e Diego è piemontese, o né Carlo è ligure, né Diego è piemontese"

8) *Da un Test di Ingresso alla Facoltà di Architettura.*

Nel diario del giovane Telesforo è scritto:

*Nonno Ubaldo dice che quando era giovane ha traversato l'oceano Atlantico a nuoto  
e che riusciva a battere in velocità le balene.*

*Secondo me questa è una bugia.*

Si dica cosa si può correttamente dedurre dalla convinzione di Telesforo.

- Nonno Ubaldo non ha traversato l'Atlantico a nuoto  
ma riusciva comunque a battere in velocità le balene
- A nonno Ubaldo non piacciono le balene
- Nonno Ubaldo non ha traversato l'Atlantico a nuoto e non riusciva a battere in velocità le balene
- Nonno Ubaldo ha traversato l'Atlantico a nuoto ma non riusciva a battere in velocità le balene
- Se nonno Ubaldo riusciva a battere in velocità le balene allora non ha traversato l'Atlantico a nuoto

9) Dire quali delle seguenti coppie di forme proposizionali sono logicamente equivalenti:

- (a)  $p, (p \vee q) \wedge (p \vee \bar{q})$     (b)  $\bar{p} \wedge \bar{q}, \bar{p} \vee q$     (c)  $p \vee q, (\bar{p} \wedge q) \vee (p \wedge \bar{q})$

## RISPOSTE

1) Abbiamo usato il termine "proposizioni"

2) (a), (d), (e), (g), (h), espressioni verbali di fronte alle quali ha significato chiedersi: "E' vero o è falso?"

3) I) (a), (b), (e)    II) (d), (f)    4) Aldo e Vincenzo no, Paolo sì

5) (a)  $\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C$     (b)  $\bar{A} \wedge B \wedge C$     (c)  $(A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C)$     (d)  $A \vee B \vee C$   
(e)  $(A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge C) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge C)$  oppure  $(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$   
(f)  $A \wedge B \wedge C$     (g)  $(A \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge C) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge C)$

6) (a)  $(A \wedge B \wedge C) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C})$     (b)  $(A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge C) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge C)$   
(c)  $(A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C)$   
(d)  $(A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C)$     (e)  $(\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C})$

7) (a)  $\bar{A}$     (b)  $A \wedge B$     (c)  $A \vee B$     (d)  $\bar{A} \wedge \bar{B}$     (e)  $(A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})$     8) (e)    9) (a), (b)