

3. DEFINIZIONE PER ELENCAZIONE O PER PROPRIETA' CARATTERISTICA

Se si vuole definire un insieme, in modo che tutti sappiano esattamente e senza possibilità di equivoco da quali elementi questo insieme è costituito, si può scegliere uno dei seguenti due modi:

- I. **si elencano tutti gli elementi** dell'insieme
(se l'insieme è infinito, si useranno i puntini di sospensione, come negli esempi riportati al paragrafo precedente riguardanti gli insiemi numerici \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{P} , \mathbb{E} , \mathbb{O})
- II. oppure **si enuncia una proprietà che caratterizzi gli elementi dell'insieme**, cioè una proprietà in base alla quale si possa dire con certezza se un dato oggetto appartiene o no all'insieme. Es.:
 - $A = \{ 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91 \}$ oppure: $A = \{ \text{multipli di 13 minori di 100} \}$
 - $E = \{ 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots \}$ oppure: $E = \{ \text{numeri pari} \}$

ESERCIZI (risposte a pag. 97)

- 1) I seguenti insiemi sono definiti mediante una proprietà caratteristica dei loro elementi.

Definiscili invece **elencando** gli elementi stessi.

A = insieme dei numeri primi compresi fra 30 e 60

B = insieme dei multipli di 6

C = insieme delle vocali contenute nella parola "albero"

D = insieme dei numeri naturali minori di 100 tali che la somma delle loro cifre dia 7

- 2) I seguenti insiemi sono definiti semplicemente elencando i loro elementi.

Definiscili invece mediante una **proprietà caratteristica** dei loro elementi.

$$E = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$$

$$F = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots \right\}$$

$$G = \{1, 3, 9, 27, 81, 243, \dots\}$$

$$H = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, \dots\}$$

$$I = \{123, 234, 345, 456, 567, 678, 789\}$$

$$L = \{11, 33, 55, 77, 99, 121, 143, \dots\}$$

- 3) Una scrittura come la seguente: $A = \{2n+1, n \in \mathbb{N}\}$ si legge:

" A è l'insieme dei numeri della forma $2n+1$, con n che appartiene all'insieme \mathbb{N} dei numeri naturali".
Per elencare gli elementi dell'insieme A dobbiamo far variare n nell'insieme \mathbb{N} , facendogli assumere dunque i valori $0, 1, 2, 3, \dots$, e per ogni valore dato a n calcolare il valore dell'espressione $2n+1$.

n	0	1	2	3	4	...
-----	---	---	---	---	---	-----

$2n+1$	1	3	5	7	9	...
--------	---	---	---	---	---	-----

In definitiva, avremo:

$$A = \{2n+1, n \in \mathbb{N}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

♥ In matematica, vengono sovente utilizzati i simboli:

• $2n+1$ per indicare il generico numero **dispari**,

• $2n$ per indicare il generico numero **pari**.

Qui si sottintende che sia $n \in \mathbb{N}$; per indicare il generico numero **dispari**, a volte si usa $2n-1$, con $n \in \mathbb{N}^*$

Fra l'altro, i numeri *interi* si associano preferibilmente a lettere *centrali* dell'alfabeto, come $n, m, i, k \dots$

Altri esempi: $B = \{k^2, k \in \mathbb{N}\} = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$ $C = \left\{ \frac{x+1}{x}, x \in \mathbb{N}^* \right\} = \left\{ 2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \dots \right\}$

Completa tu: $D = \{n^3, n \in \mathbb{N}^*\} = \dots$ $E = \{3n, n \in \mathbb{N}^*\} = \dots$ $F = \{\sqrt{x}, x \in \mathbb{N}\} = \dots$

- 4) Nel quesito precedente si chiedeva di passare da una definizione in simboli ad una per elencazione.

Fai ora il viceversa, per gli insiemi che seguono (l'insieme in cui varia la lettera dovrà essere \mathbb{N} o \mathbb{N}^*):

$$G = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, \dots\} \quad H = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots \right\} \quad I = \left\{ 0, \frac{4}{5}, \frac{24}{25}, \frac{124}{125}, \frac{624}{625}, \dots \right\}$$

- 5) Qual è (= che tipo di figura geometrica costituisce) l'insieme dei punti del piano la cui distanza da un punto K fissato sul piano è: a) uguale a 5 cm? b) minore o uguale di 5 cm?

- 6) Qual è l'insieme dei punti dello SPAZIO la cui distanza da un punto fissato K è:

a) uguale a 5 cm? b) minore o uguale di 5 cm?

- 7) Qual è l'insieme dei punti del piano la cui distanza da un punto K fissato sul piano è non superiore a 10 cm e non inferiore a 6 cm?

- 8) Qual è l'insieme dei punti dello spazio che distano 7 cm da una retta fissata? E da un piano fissato?

- 9) Per qual motivo "l'insieme delle diciottenni carine nate a Venezia" non è accettabile, come definizione?