

9. UNIONE

Dati due insiemi A e B, si dice “unione” fra A e B,
e si indica con il simbolo $A \cup B$ (leggi: “A unione B”),

l’insieme i cui elementi sono tutti gli elementi che appartengono o ad A, o a B,
dove la particella “o” deve essere intesa in senso “inclusivo” (come il VEL della lingua latina)
e non esclusivo, come sarebbe invece il latino AUT; cioè, è inclusa
anche la possibilità che l’elemento appartenga sia ad A che a B contemporaneamente.

Insomma, un elemento appartiene ad $A \cup B$ qualora appartenga ad **ALMENO UNO** dei due insiemi A, B;
in altre parole, appartengono ad $A \cup B$ quegli elementi che appartengono:
1) ad A ma non a B; 2) a B ma non ad A; 3) sia ad A che a B.

Schematicamente:

$A \cup B = \{x/x \in A \vee x \in B\}$ $A \cup B$ è l’insieme degli oggetti x tali che x appartiene ad A, VEL x appartiene a B

$A \cap B = \{x/x \in A \wedge x \in B\}$ $A \cap B$ è l’insieme degli oggetti x tali che x appartiene ad A, ET x appartiene a B

♥ Nota bene la **somiglianza fra i simboli** $\cup$ (unione), $\vee$ (“vel” logico); $\cap$ (intersezione), $\wedge$ (“et” logico)

Esempi:

a) Se

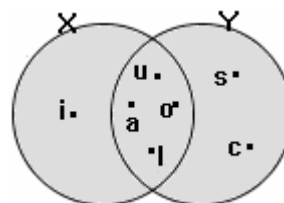
$$A = \{\text{numeri naturali minori di } 10\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$B = \{\text{numeri pari}\} = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, \dots\}$$

$$\text{allora } A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, \dots\}$$

b) Se $X = \{a, i, u, o, l\}$, $Y = \{s, c, u, o, l, a\}$,

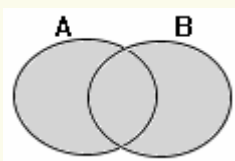
$$\text{allora } X \cup Y = \{a, i, u, o, l, s, c\} \quad (\text{vedi figura})$$



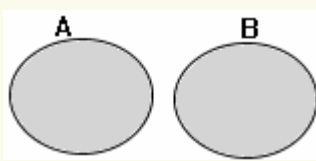
c) Se $A = \{\text{abitanti di Milano}\}$ e $B = \{\text{abitanti dell'Italia}\}$, allora $A \cup B = \{\text{abitanti dell'Italia}\} = B$

In generale, se $A \subseteq B$, allora $A \cup B = B$.

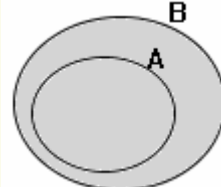
RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELL’UNIONE fra due insiemi A, B



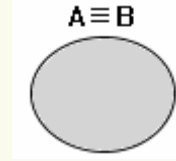
La situazione più generale.
L’**unione** fra A e B è il **territorio interno ad almeno uno tra i recinti A, B**



A, B non hanno elementi comuni (si dice che A, B sono “**disgiunti**”).
L’**unione** di A e B è **tutto il territorio ombreggiato**



Uno dei due insiemi è sottoinsieme dell’altro: l’unione è l’insieme più grande
Se $A \subseteq B$, allora $A \cup B = B$



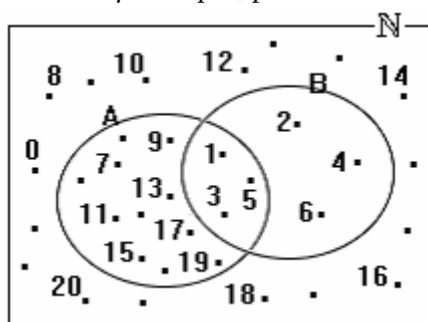
I due insiemi coincidono: anche l’unione coincide con ciascuno di essi

ESERCIZIO SVOLTO

Rappresenta, in uno stesso diagramma di Venn, gli insiemi seguenti:

$$\mathbb{N} = \{\text{numeri naturali}\}; \quad A = \{\text{numeri dispari}\}; \quad B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

Definisci poi, per elencazione, gli insiemi $A \cap B$, $A \cup B$.



Tanto A quanto B sono sottoinsiemi di $\mathbb{N}$; il recinto $\mathbb{N}$ contiene quindi al suo interno sia il recinto A che il recinto B.

In pratica, l’insieme $\mathbb{N}$ è il “grande insieme” in cui gli altri due sono “immersi”:

in casi come questo, si parla di “insieme universo”

o “insieme ambiente” (se ne occupa in particolare il paragrafo 12).

L’insieme che fa da “insieme universo” in un certo contesto, viene di solito rappresentato con un rettangolo anziché un ovale.

$$\text{Risposte: } A \cap B = \{1, 3, 5\}; \quad A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, \dots\}$$