

## 8. ESPRESSIONI CON ESPONENTI LETTERALI

Ecco una piccola rassegna di esempi svolti.

$$a^{3k+1} \cdot a^{2k+3} = a^{(3k+1)+(2k+3)} = a^{3k+1+2k+3} = a^{5k+4} \quad (\text{ propr. add. degli esp.})$$

$$a^{3k+1} : a^{2k+3} = a^{(3k+1)-(2k+3)} = a^{3k+1-2k-3} = a^{k-2} \quad (\text{ propr. sottr. degli esp.})$$

$$(a^{3k+1})^{2k+3} = a^{(3k+1)(2k+3)} = a^{6k^2+9k+2k+3} = a^{6k^2+11k+3} \quad (\text{ propr. molt. degli esp.})$$

$$\frac{1}{2}t^{3k} \cdot \frac{1}{5}t^k = \frac{1}{10}t^{3k+k} = \frac{1}{10}t^{4k} \quad \frac{1}{2}t^{3k} : \left(\frac{1}{5}t^k\right) = \frac{1}{2}t^{3k} \cdot 5t^{-k} = \frac{5}{2}t^{2k}$$

$$(a^{n+2} + a^n) \cdot a^3 = a^{n+5} + a^{n+3} \quad (a^{n+2} + a^n) : a^3 = a^{n-1} + a^{n-3}$$

$$a^x \cdot a^x = a^{2x} \quad a^x : a^x = 1 \quad (a^x)^x = a^{x^2} \quad a^x + a^x = 2a^x$$

$$a^x \cdot a^2 = a^{x+2} \quad a^x : a^2 = a^{x-2} \quad (a^x)^2 = a^{2x} \quad a^x + a^2 = \text{STOP}$$

(non sono monomi simili)

$$a^x \cdot a = a^{x+1} \quad a^x : a = a^{x-1} \quad (a^x)^y = a^{xy} \quad a^x + a^y = \text{STOP}$$

$$a^x \cdot a^{x-3} = a^{2x-3} \quad a^x : a^{x-3} = a^3 \quad (a^x)^{x-3} = a^{x^2-3x} \quad a^x + a^{x-3} = \text{STOP}$$

$$a^{x+y} \cdot a^{x-y} = a^{x+y+x-y} = a^{2x} \quad a^{x+y} : a^{x-y} = a^{x+y-x+y} = a^{2y}$$

$$(a^{x+y})^{x-y} = a^{(x+y)(x-y)} = a^{x^2 - \cancel{xy} + \cancel{xy} - y^2} = a^{x^2 - y^2}$$

$$(x^n + 2)(x^n - 3) = x^{2n} - 3x^n + 2x^n - 6 = x^{2n} - x^n - 6$$

$$(a^b)^3 : (a^{b-c})^2 = a^{3b} : a^{2b-2c} = a^{3b-2b+2c} = a^{b+2c} \quad a^k (2a^k + 3a) = 2a^{2k} + 3a^{k+1}$$

**NOTA 1** - Oppure:

$$a^{3k+1} : a^{2k+3} = a^{3k+1} \cdot a^{-(2k+3)} = a^{3k+1} \cdot a^{-2k-3} = a^{3k+1-2k-3} = a^{k-2}$$

**DIVIDERE** per una lettera elevata ad esponente è come **MOLTIPLICARE** per quella stessa lettera con **ESPONENTE CAMBIATO DI SEGNO!**

♥ **NOTA 2**

☹ *Professore, non riesco a convincermi del fatto che  $(a^x)^x = a^{x^2}$  ...*  
*Mi confondo, e sono portato a scrivere che il risultato è invece  $a^{2x}$  ...*

☺ **Pierino, quando hai qualche dubbio, prova a dare un valore numerico alla lettera che compare a esponente!**

Ad es., con  $x = 3$  avresti  $(a^x)^x = (a^3)^3$ .

Ora, il risultato è  $a^9$ , che va d'accordo con  $a^{x^2}$  e **NON** con  $a^{2x}$  !!!

### ESERCIZI

- 1)  $6x^{n-1} \cdot 3x^{n-2}$     2)  $6x^{n-1} : (3x^{n-2})$     3)  $(x^{n-1})^{n-2}$     4)  $\frac{2}{3}a^{y+2} \cdot \frac{3}{4}a^{2y} \cdot \frac{4}{5}a^2$     5)  $2a^x \cdot 3a$
- 6)  $2a^x : (3a)$     7)  $(3x^m)^2$     8)  $(3x^m)^n$     9)  $\frac{1}{2}b^n \left( \frac{1}{4}b^{2n} - \frac{1}{3}b^n + 2 \right)$     10)  $(a^x + 2a^y)(3a^x - 4a)$
- 11)  $(x^p + 1)(x^p + 2)(x^p + 3)$     12)  $[a(a^p + a^q) + a^{p+1}] : a^2$     13)  $a^x \cdot a^{-x}$     14)  $a^x : a^{-x}$     15)  $(a^x)^{-x}$
- 16)  $[x^{2k+3} : (3x^{k-1})]^2$     17)  $(ab)^b : a$     18)  $3x^k + x^{-k} - 2(x^k + x^{-k})$     19)  $(a + b^m)(a + b^n)$
- 20)  $(a^x - 3)(a^x + 4) - (a^x + 3)(a^x - 4)$     21)  $(a^x)^y \cdot a^x$     22)  $a^{x-y+2} \cdot a^{2x+y-1}$     23)  $a^{x-y+2} : a^{2x+y-1}$
- 24)  $(a^y - 1)(a^y - 2) + 2(a^y - 3)(a^y + 1)$     25)  $2a : \left( -\frac{3}{4}a^{n-2} \right)^{-3}$     26)  $3h^{2p+1} \cdot 4h^{p-2}$     27)  $3h^{2p+1} : (4h^{p-2})$
- 28)  $\frac{4h^{p-2}}{3h^{2p+1}}$     29)  $2a^{x+1} + (a^x - a)(a^x - 1) - [(a^x)^2 + a - a^{2x} : a^x]$     30)  $(3c^k)^2 : (c^{2+h})^k - \left( \frac{1}{9}c^{hk} \right)^{-1}$

### RISULTATI

- 1)  $18x^{2n-3}$     2)  $2x$     3)  $x^{n^2-3n+2}$     4)  $\frac{2}{5}a^{3y+4}$     5)  $6a^{x+1}$     6)  $\frac{2}{3}a^{x-1}$     7)  $9x^{2m}$     8)  $3^n x^{mn}$     9)  $\frac{1}{8}b^{3n} - \frac{1}{6}b^{2n} + b^n$
- 10)  $3a^{2x} - 4a^{x+1} + 6a^{x+y} - 8a^{y+1}$     11)  $x^{3p} + 6x^{2p} + 11x^p + 6$     12)  $2a^{p-1} + a^{q-1}$     13)  $1$     14)  $a^{2x}$     15)  $a^{-x^2}$
- 16)  $\frac{1}{9}x^{2k+8}$     17)  $a^{b^2-1}$     18)  $x^k - x^{-k}$     19)  $a^2 + ab^n + ab^m + b^{m+n}$     20)  $2a^x$     21)  $a^{xy+x}$     22)  $a^{3x+1}$
- 23)  $a^{-x-2y+3}$     24)  $3a^{2y} - 7a^y - 4$     25)  $-\frac{27}{32}a^{3n-5}$     26)  $12h^{3p-1}$     27)  $\frac{3}{4}h^{p+3}$     28)  $\frac{4}{3}h^{-p-3}$     29)  $a^{x+1}$     30)  $0$