

11b. ESERCIZI (DIVISIONE DI POLINOMI)

- 1) $(6x^4 + 23x^3 - 8x^2 + 10x - 3) : (x^2 + 4x - 1)$
- 2) $(4a^4 - a^2 + 8a - 5) : (2a^2 - a + 3)$
- 3) $(2y^3 - 4y + 11) : (y - 1)$
- 4) $(16x^4 - 5x^2 + 9x) : (4x^2 - 3x + 2)$
- 5) $(x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1) : (x^3 - x^2 - x + 1)$
- 6) $(6b^4 + 11b^3 - 12b^2 - 5b + 2) : (b^2 + 2b - 1)$
- 7) $(6t^5 - 8t^4 + t^3 - 5t^2 + 10t - 6) : (2t^3 - t - 3)$
- 8) $(a^6 + a^5 + a^3 + a^2 + 1) : (a + 2)$
- 9) $(-3x^4 + 2x^2 + 2x - 1) : (x - 1)$
- 10) $(9t^4 - 16t^2 + 20t - 4) : (3t^2 + 4t - 2)$
- 11) $\left(\frac{4}{9}x^3 - \frac{7}{18}x^2 - \frac{11}{24}x + \frac{3}{8}\right) : \left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right)$
- 12) $\left(\frac{1}{2}a^4 - \frac{13}{6}a^3 + 4a^2 - 2a + 2\right) : \left(\frac{1}{2}a^2 - 2a + 3\right)$
- 13) $\left(4x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{12}\right) : \left(2x - \frac{1}{3}\right)$
- 14) $(x^4 + x^3 - x^2 + x + 1) : \left(x - \frac{1}{2}\right)$
- 15) $(x^4 - 3x^3y + 2x^2y^2 + xy^3 + y^4) : (x^2 - xy + y^2)$ (NOTA)
- 16) $(9x^4 + 12x^3y + 4x^2y^2 - y^4) : (3x^2 + 2xy - y^2)$
- 17) $(x^3 - 8x^2y + 77y^3) : (x - 5y)$
- 18) $(a^4 + a^3b - 6a^2b^2 + ab^3 + 3b^4) : (a^2 - ab - b^2)$
- 19) $(a^5 - a^4b - 2a^3b^2 + 2a^2b^3 + b^5) : (a^2 - ab - b^2)$
- 20) $(x^3 + y^3) : (x^2 - xy + y^2)$
- 21) $\left(\frac{1}{16}x^2 - x + \frac{11}{4}\right) : \left(\frac{1}{2}x - 1\right)$
- 22) $\left(\frac{1}{3}a^3 - \frac{4}{3}a^2 - \frac{40}{9}a - \frac{8}{9}\right) : \left(2a^2 - 12a - \frac{8}{3}\right)$
- 23) $(3a^4 - 3b^4) : (4a + 4b)$
- 24) $(2a + 3) : (a + 1)$
- 25) $(a^2 + a + 1) : (a + 1)$
- 26) $(x + 1) : x$ (*)
- 27) $x : (x + 1)$ (*)

(*) Negli esercizi 26, 27 il monomio viene pensato come caso particolare di polinomio

28) In una divisione fra polinomi, il divisore è $x^2 + 1$, il quoziente $3x^2 - x - 2$, il resto $x + 3$. E il dividendo?

N In casi di questo genere, quando si hanno due lettere,
O i polinomi dividendo e divisore sono, di norma, omogenei.
T La lettera che è ordinata secondo le potenze decrescenti viene pensata come la variabile,
A mentre la seconda lettera è "trattata" come una costante, che va a far parte dei coefficienti.

Quindi, ad esempio, il polinomio $x^4 - 3x^3y + 2x^2y^2 + xy^3 + y^4$ è pensato nella variabile x :

$$x^4 - 3x^3y + 2x^2y^2 + xy^3 + y^4 = P(x), \quad \text{con coefficienti } 1, -3y, 2y^2, y^3, y^4.$$

Volendo considerare come variabile la y , prima di effettuare la divisione occorrerebbe invertire l'ordine dei termini (sia nel dividendo che nel divisore).

E si osserverebbe che cambia anche il polinomio quoziente (a meno che il resto sia 0).

RISULTATI

- 1) $Q(x) = 6x^2 - x + 2$ $R(x) = x - 1$
 - 2) $Q(a) = 2a^2 + a - 3$ $R(a) = 2a + 4$
 - 3) $Q(y) = 2y^2 + 2y - 2$ $R = 9$
 - 4) $Q(x) = 4x^2 + 3x - 1$ $R = 2$
 - 5) $Q(x) = x^3 + x^2 - x - 1$ $R = 0$
 - 6) $Q(b) = 6b^2 - b - 4$ $R(b) = 2b - 2$
 - 7) $Q(t) = 3t^2 - 4t + 2$ $R = 0$
 - 8) $Q(a) = a^5 - a^4 + 2a^3 - 3a^2 + 7a - 14$ $R = 29$
 - 9) $Q(x) = -3x^3 - 3x^2 - x + 1$ $R = 0$
 - 10) $Q(t) = 3t^2 - 4t + 2$ $R(t) = 4t$
 - 11) $Q(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{2}$ $R = 0$
 - 12) $Q(a) = a^2 - \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}$ $R(a) = \frac{1}{3}a$
 - 13) $Q(x) = 2x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$ $R = 0$
 - 14) $Q(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{7}{8}$ $R = \frac{23}{16}$
 - 15) $Q(x) = x^2 - 2xy - y^2$ $R(x) = 2xy^3 + 2y^4$
 - 16) $Q(x) = 3x^2 + 2xy + y^2$ $R = 0$
 - 17) $Q(x) = x^2 - 3xy - 15y^2$ $R = 2y^3$
 - 18) $Q(a) = a^2 + 2ab - 3b^2$ $R = 0$
 - 19) $Q(a) = a^3 - ab^2 + b^3$ $R = 2b^5$
 - 20) $Q(x) = x + y$ $R = 0$
 - 21) $Q(x) = \frac{1}{8}x - \frac{7}{4}$ $R = 1$
 - 22) $Q(a) = \frac{1}{6}a + \frac{1}{3}$ $R = 0$
 - 23) $Q(a) = \frac{3}{4}a^3 - \frac{3}{4}a^2b + \frac{3}{4}ab^2 - \frac{3}{4}b^3$ $R = 0$
 - 24) $Q = 2$ $R = 1$
 - 25) $Q(a) = a$ $R = 1$
 - 26) $Q = 1$ $R = 1$
 - 27) $Q = 1$ $R = -1$
- 28) Il dividendo è $3x^4 - x^3 + x^2 + 1$. Per determinarlo, basta utilizzare la relazione $Q(x) \cdot B(x) + R(x) = A(x)$.