11c. ESERCIZI (TEOREMA DEL RESTO E REGOLA DI RUFFINI)

E' richiesto di:
 i) **determinare il resto applicando il Teorema del Resto**
 ii) **determinare il quoziente** (e ritrovare, una seconda volta, il resto) **mediante la regola di Ruffini**.

Due esempi svolti:

A) $\left(y^4-5y^2+4\right):\left(y-2\right)$

$R=P(2)=2^4-5\cdot 2^2+4=\ldots=0$

$$\begin{array}{c|cccc|c} & 1 & 0 & -5 & 0 & 4 \\ 2 & & 2 & 4 & -2 & -4 \\ \hline & 1 & 2 & -1 & -2 & 0 \end{array}$$

$Q(y)=y^3+2y^2-y-2 \quad R=0$

B) $\left(8t^4-t^3-\frac{1}{6}\right):\left(t+\frac{1}{2}\right) \quad R=P\left(-\frac{1}{2}\right)=8\left(-\frac{1}{2}\right)^4-\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\frac{1}{6}=\ldots=\frac{11}{24}$

$$\begin{array}{c|cccc|c} & 8 & -1 & 0 & 0 & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{2} & & -4 & \frac{5}{2} & -\frac{5}{4} & \frac{5}{8} \\ \hline & 8 & -5 & \frac{5}{2} & -\frac{5}{4} & \frac{11}{24} \end{array}$$

$Q(t)=8t^3-5t^2+\frac{5}{2}t-\frac{5}{4} \quad R=\frac{11}{24}$

1) $\left(3x^3-8x^2-x+13\right):\left(x-2\right)$
2) $\left(x^3-x^2-x+10\right):\left(x+2\right)$
3) $\left(x^4+x^3+x+1\right):\left(x-1\right)$
4) $\left(a^4+3a^3-a^2-5a-6\right):\left(a+3\right)$
5) $\left(x^5+x^3+x+1\right):\left(x-1\right)$
6) $\left(b^3+6b^2+6b\right):\left(b+5\right)$
7) $\left(x^5+x^3+x+1\right):\left(x+1\right)$
8) $\left(2y^3-4y+8\right):\left(y+2\right)$
9) $\left(x^3-x^2+\frac{7}{12}x-\frac{1}{6}\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)$
10) $\left(\frac{1}{2}z^2-\frac{1}{3}z+\frac{1}{4}\right):\left(z+1\right)$

OCCHIO

agli eventuali
termini mancanti …
… vogliono
coefficiente 0 !!!

11) $\left(\frac{1}{2}w^3-\frac{4}{3}w^2-\frac{3}{4}w+\frac{1}{12}\right):\left(w+\frac{1}{3}\right)$
12) $\left(\frac{1}{9}x^3-x\right):\left(x-3\right)$
13) $\left(d^4-\frac{9}{10}d^3+\frac{12}{25}d^2+\frac{27}{5}d+2\right):\left(d+\frac{2}{5}\right)$
14) $\left(3000x^3-10x-2\right):\left(x-0{,}1\right)$
15) $\left(0{,}75a^4-1{,}125a^3-0{,}25a^2+0{,}125a-0{,}0625\right):\left(a+0{,}5\right)$
16) $\left(x^3+ax^2-2a^2x-a^3\right):\left(x-3a\right)$ (NOTA)
17) $\left(a^3-a^2b-ab^2+b^3\right):\left(a-b\right)$
18) $\left(x^3-8k^3\right):\left(x-2k\right)$
19) $\left(x^3+ax^2-2a^2x-a^3\right):\left(x+3a\right)$
20) $\left(a^3-a^2b-ab^2+b^3\right):\left(a+b\right)$
21) $\left(x^4-s^2x^2+s^4\right):\left(x+s\right)$

N	In casi di questo genere, quando si hanno **due lettere**, i polinomi in gioco sono, di norma, **omogenei**.
O	La lettera che è ordinata secondo le potenze decrescenti viene pensata come la **variabile**,
T	mentre la seconda lettera è "trattata" come una **costante**, che va a far parte dei **coefficienti**.
A	Quindi, ad es., il pol. $x^3+ax^2-2a^2x-a^3$ è pensato nella variabile x, con coeff.: $1,\ a,\ -2a^2,\ -a^3$

22) a) Without doing the division, work out the remainder of the division $P(x)=x^3-6x^2+5$ into $x-2$
 b) Calculate the quotient and the remainder of $\left(x^2+5x+6\right):\left(x+3\right)$ (www.personal.psu.edu)

23) Quanto deve valere k se si desidera che il resto della divisione $\left(x^{16}+kx^4+2x+8\right):\left(x+1\right)$ sia 0?

24) La divisione $\left(x^7-1\right):\left(x-1\right)$ ha come resto 0; verificalo, e serviti di questo fatto per esprimere il polinomio x^7-1 come prodotto di due opportuni polinomi.

RISULTATI

1) $Q(x)=3x^2-2x-5 \quad R=3$
2) $Q(x)=x^2-3x+5 \quad R=0$
3) $Q(x)=x^3+2x^2+2x+3 \quad R=4$
4) $Q(a)=a^3-a-2 \quad R=0$
5) $Q(x)=x^4+x^3+2x^2+2x+3 \quad R=4$
6) $Q(b)=b^2+b+1 \quad R=-5$
7) $Q(x)=x^4-x^3+2x^2-2x+3 \quad R=-2$
8) $Q(y)=2y^2-4y+4 \quad R=0$
9) $Q(x)=x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{3} \quad R=0$
10) $Q(z)=\frac{1}{2}z-\frac{5}{6} \quad R=\frac{13}{12}$
11) $Q(w)=\frac{1}{2}w^2-\frac{3}{2}w-\frac{1}{4} \quad R=\frac{1}{6}$
12) $Q(x)=\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{3}x \quad R=0$
13) $Q(d)=d^3-\frac{13}{10}d^2+d+5 \quad R=0$
14) $Q(x)=3000x^2+300x+20 \quad R=0$
15) $Q(a)=0{,}75a^3-1{,}5a^2+0{,}5a-0{,}125 \quad R=0$
16) $Q(x)=x^2+4ax+10a^2 \quad R=29a^3$
17) $Q(a)=a^2-b^2 \quad R=0$
18) $Q(x)=x^2+2kx+4k^2 \quad R=0$
19) $Q(x)=x^2-2ax+4a^2 \quad R=-13a^3$
20) $Q(a)=a^2-2ab+b^2 \quad R=0$
21) $Q(x)=x^3-sx^2 \quad R=s^4$
22) a) -11 b) $Q(x)=x+2 \quad R=0$
23) $R=P(k)=P(-1)=k+7$, perciò $R=0$ con $k=-7$
24) $x^7-1=\left(x-1\right)\left(x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1\right)$