13. PRODOTTO $(a+b)(a-b)$, ossia **PRODOTTO DELLA SOMMA DI DUE TERMINI PER LA LORO DIFFERENZA**

$$\boxed{(a+b)(a-b)} = a^2 \cancel{-ab} \cancel{+ab} - b^2 = \boxed{a^2 - b^2}$$

Quindi

$$\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$$

Se si deve **moltiplicare la somma di due termini per la differenza di quegli stessi termini**, basta fare **la differenza dei quadrati**, ossia **il quadrato del primo termine meno il quadrato del secondo termine**

Esempi di applicazione della formula:

a) $(x+5y)(x-5y) = x^2 - 25y^2$

♥ **Osservazione importante**

Nella formula di cui ci stiamo occupando i “termini” sono i due monomi, che nella prima parentesi compaiono sommati, e nella seconda sottratti (o viceversa). Ad esempio, nell’operazione appena svolta, i “termini” erano: x (1° termine), $5y$ (2° termine).

I due segni +, - fra i due termini non devono dunque, in questo caso, essere pensati come segni che fanno parte dei termini stessi, bensì come segni di operazione (addizione e sottrazione) che li separano:

$$\boxed{(x+5y)(x-5y)} = x^2 - 25y^2$$

b) $(3ab - c^2)(3ab + c^2) = 9a^2b^2 - c^4$

c) $\left(a^3 + \frac{1}{2}\right)\left(a^3 - \frac{1}{2}\right) = a^6 - \frac{1}{4}$

d) $(a+3b)(a-3b)(a^2+9b^2) = (a^2-9b^2)(a^2+9b^2) = a^4 - 81b^4$

e) Utilità per il **calcolo mentale**: $53 \cdot 47 = (50+3)(50-3) = 50^2 - 3^2 = 2500 - 9 = 2491$

f) $(3x^n + 4y^{n-1})(3x^n - 4y^{n-1}) = (3x^n)^2 - (4y^{n-1})^2 = 9x^{2n} - 16y^{2n-2}$

g) $(-c+4d)(-c-4d) = \boxed{(-c+4d)\boxed{(-c-4d)}} = (-c)^2 - (4d)^2 = c^2 - 16d^2$

h) Un esempio di **espressione**:

$$\begin{aligned} & (1-x)(1+x)(1+x^2) + (1-x^2)^2 - 2(1+x)(1-x) = \\ & = (1-x^2)(1+x^2) + 1 - 2x^2 + x^4 - 2(1-x^2) = \\ & = \cancel{1-x^4} + \cancel{1-2x^2} + \cancel{x^4} - \cancel{2} + \cancel{2x^2} = 0 \end{aligned}$$

ESERCIZI

1) $(a+1)(a-1)$

2) $(a+2)(a-2)$

3) $(a+3)(a-3)$

4) $(3x-2y)(3x+2y)$

5) $(a^3+4)(a^3-4)$

6) $(y^4-y^3)(y^4+y^3)$

7) $\left(\frac{1}{3}x^3+1\right)\left(\frac{1}{3}x^3-1\right)$

8) $\left(-\frac{1}{2}y-2\right)\left(-\frac{1}{2}y+2\right)$

9) $(a^k+3)(a^k-3)$

10) $108 \cdot 92 = (100+8)(100-8) = \dots$

11) $49 \cdot 51$

12) $48 \cdot 52$

RISULTATI

1) $a^2 - 1$

2) $a^2 - 4$

3) $a^2 - 9$

4) $9x^2 - 4y^2$

5) $a^6 - 16$

6) $y^8 - y^6$

7) $\frac{1}{9}x^6 - 1$

8) $\frac{1}{4}y^2 - 4$

9) $a^{2k} - 9$

10) 9936

11) 2499

12) 2496