

14. QUADRATO DI UN TRINOMIO E, PIU' IN GENERALE, DI UN POLINOMIO

$$(a+b+c)^2 = (a+b+c)(a+b+c) = a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Il **quadrato di un TRINOMIO** si esegue facendo:

- il **quadrato del primo termine**
- il **quadrato del secondo**
- il **quadrato del terzo**
- il **doppio prodotto del primo per il secondo**
- il **doppio prodotto del primo per il terzo**
- il **doppio prodotto del secondo per il terzo**

$$(a+b+c+d)^2 = (a+b+c+d)(a+b+c+d) = a^2 + ab + ac + ad + ab + b^2 + bc + bd + ac + bc + c^2 + cd + ad + bd + cd + d^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

$$(a+b+c+d+e)^2 = \dots = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2ae + 2bc + 2bd + 2be + 2cd + 2ce + 2de$$

In generale, il **quadrato di un POLINOMIO** si esegue facendo

- il **quadrato di ciascun termine;**
- il **doppio prodotto di ciascun termine per ciascuno dei successivi**

Esempi di applicazione delle formule:

- a) $(3x - 4y + 5)^2 = 9x^2 + 16y^2 + 25 - 24xy + 30x - 40y$
- b) $(x^2 - x - 2)^2 = x^4 + x^2 + 4 - 2x^3 - 4x^2 + 4x = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4$
- c) $\left(\frac{1}{3}x^2 + \frac{6}{5}x - \frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}x^2\right)^2 + \left(\frac{6}{5}x\right)^2 + \left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{3}x^2 \cdot \frac{6}{5}x + 2 \cdot \frac{1}{3}x^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + 2 \cdot \frac{6}{5}x \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{9}x^4 + \frac{36}{25}x^2 + \frac{9}{16} + \frac{4}{5}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{9}{5}x = \frac{1}{9}x^4 + \frac{4}{5}x^3 + \frac{72-25}{50}x^2 - \frac{9}{5}x + \frac{9}{16} = \frac{1}{9}x^4 + \frac{4}{5}x^3 + \frac{47}{50}x^2 - \frac{9}{5}x + \frac{9}{16}$
- d) $(3a - x + y - 1)^2 = 9a^2 + x^2 + y^2 + 1 - 6ax + 6ay - 6a - 2xy + 2x - 2y$

ESERCIZI

- 1) $(1+x+y)^2$ 2) $(3a-2b-c)^2$ 3) $(5a^2-a+1)^2$ 4) $(y^4+y^3+y^2+y+1)^2$
- 5) Verifica la validità: $\square$ dell'uguaglianza 3) per $a=1$ e poi per $a=2$; $\square$ della 4) per $y=\pm 1$
- 6) $\left(-\frac{1}{4}ab - \frac{1}{2}ac + 2bc\right)^2$ 7) $\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y - z\right)^2$ 8) $(a^k + 5a - 6)^2$ 9) $(x^{3k} - x^p - x^2 - x)^2$

RISULTATI

- 1) $1+x^2+y^2+2x+2y+2xy$ 2) $9a^2+4b^2+c^2-12ab-6ac+4bc$
- 3) $25a^4-10a^3+11a^2-2a+1$ 4) $y^8+2y^7+3y^6+4y^5+5y^4+4y^3+3y^2+2y+1$
- 6) $\frac{1}{16}a^2b^2 + \frac{1}{4}a^2c^2 + 4b^2c^2 + \frac{1}{4}a^2bc - ab^2c - 2abc^2$ 7) $\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{4}y^2 + z^2 - \frac{1}{3}xy - \frac{2}{3}xz + yz$
- 8) $a^{2k} + 25a^2 + 36 + 10a^{k+1} - 12a^k - 60a$
- 9) $x^{6k} + x^{2p} + x^4 + x^2 - 2x^{3k+p} - 2x^{3k+2} - 2x^{3k+1} + 2x^{p+2} + 2x^{p+1} + 2x^3$