

3. IL MONDO DELLE EQUAZIONI E' MOLTO VARIO

EQUAZIONE = "UGUAGLIANZA PROBLEMATICAMENTE":

un'equazione è un'uguaglianza, contenente un numero sconosciuto, "incognito" (generalmente indicato con x), che ci chiede di determinare per quali valori di x , ammesso che esistano, l'uguaglianza stessa è verificata.



Esistono equazioni:

con una e una sola soluzione	$7(x+1) = 8x - (3x-5)$ $7x+7 = 8x-3x+5$ $7x-8x+3x = 5-7$ $2x = -2; \quad \boxed{x = -1}$	Altro esempio: $7(x+1) = 8x - (3x-7)$ $7x+7 = 8x-3x+7$ $7x-8x+3x = 7-7$ $2x = 0; \quad \boxed{x = 0}$
impossibili, cioè prive di soluzioni	$7(x+1) = 8x - (x-5)$ $7x+7 = 8x-x+5$ $7x-8x+x = 5-7$ $0 \cdot x = -2$ Noi cerchiamo dunque un numero x che, moltiplicato per 0, dia -2; ma NESSUN numero gode di questa proprietà, quindi questa equazione è IMPOSSIBILE, priva di soluzioni. In generale, ogni equazione che si possa portare sotto la forma $0 \cdot x = b$, con $b \neq 0$, è IMPOSSIBILE	Nel nostro esempio, noi avremmo anche potuto semplificare al secondo passaggio: $7(x+1) = 8x - (x-5)$ $\cancel{7x} + 7 = \cancel{8x} - \cancel{x} + 5$ $7 = 5$ ottenendo un'uguaglianza numerica FALSA. Se, in un'equazione, è possibile semplificare in modo tale che l'equazione stessa si riduca ad un'uguaglianza numerica (= senza più la x) FALSA, allora l'equazione è IMPOSSIBILE, cioè priva di soluzioni.
indeterminate, cioè con infinite soluzioni	$5(x+1) = 8x - (3x-5)$ $5x+5 = 8x-3x+5$ $5x-8x+3x = 5-5$ $0 \cdot x = 0$ Noi cerchiamo dunque un numero x che, moltiplicato per 0, dia 0; ma QUALSIASI numero gode di questa proprietà, quindi questa equaz. è INDETERMINATA, ovvero ha infinite soluzioni, perché qualsiasi numero ne è soluzione. In generale, ogni equazione che si possa portare sotto la forma $0 \cdot x = 0$ è INDETERMINATA	Nel nostro esempio, noi avremmo anche potuto semplificare al secondo passaggio: $5(x+1) = 8x - (3x-5)$ $\cancel{5x} + \cancel{5} = \cancel{8x} - \cancel{3x} + \cancel{5}$ $0 = 0$ ottenendo un'uguaglianza numerica VERA. Se, in un'equazione, è possibile semplificare in modo tale che l'equazione stessa si riduca ad un'uguaglianza numerica (= senza più la x) VERA, allora l'equazione è INDETERMINATA (= ha infinite soluzioni).
dotate di un numero finito, ma maggiore di 1, di soluzioni	$(2x-1)(3x-1) = 1$ $6x^2 - 2x - 3x + 1 = 1$ $6x^2 - 5x = 0$ $x(6x-5) = 0$ $\boxed{x = 0} \quad \text{oppure} \quad 6x-5 = 0; 6x = 5; \quad \boxed{x = \frac{5}{6}}$	$x^3 - 4x = 0; \quad x(x^2 - 4) = 0 \text{ da cui}$ $\boxed{x = 0} \quad \text{oppure} \quad x^2 - 4 = 0; x^2 = 4; \quad \boxed{x = \pm 2}$ Legge di annullamento del prodotto Se almeno uno dei fattori è nullo il prodotto vale 0; e viceversa: se un prodotto è uguale a 0, allora certamente almeno uno dei fattori è 0.

IDENTITÀ' Un'identità è una UGUAGLIANZA LETTERALE SEMPRE VERIFICATA, per qualunque valore ammissibile dato alle lettere coinvolte



(vanno tolti, se ce ne sono, i valori che fanno perdere significato a uno o a entrambi i membri)

Esempi: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $2(x+5) = 2x+10$ $\frac{2x-6}{x-3} = 2$ (verificata per ogni x , tranne che per $x=3$)

In che cosa, dunque, un'identità differisce da un'equazione indeterminata?

La differenza sta più che altro nell'atteggiamento psicologico con cui si guarda all'uguaglianza.

Se un'uguaglianza letterale è studiata allo scopo di determinare i valori delle lettere per cui è verificata, e alla fine si trova che tali valori sono infiniti, si concluderà che si è di fronte a un'equazione indeterminata.

Se un'uguaglianza viene costruita deliberatamente in modo tale da risultare verificata per qualsiasi valore ammissibile delle lettere in gioco, allora si parlerà di "identità".