

7. ESERCIZI SULLE EQUAZIONI

Ogni tanto, prima di guardare la soluzione, fai la VERIFICA!!!

- ♥ **LA VERIFICA DELLA CORRETTEZZA DI UNA SOLUZIONE CHE SI E' TROVATA** consiste semplicemente nel sostituire quel valore al posto di x nell'uguaglianza iniziale: se questa risulta vera, allora il valore trovato è davvero soluzione, altrimenti qualcosa non va (o hai sbagliato nella risoluzione, o hai sbagliato nella verifica ☺ ...)

□ ESEMPIO SVOLTO

$$3(7x-8)=5x \quad \text{Svolgo i calcoli ...}$$

$$21x-24=5x \quad \text{Trasporto i termini con } x \text{ a } 1^\circ \text{ membro, e quelli senza la } x (= \text{termini "noti"}) \text{ al } 2^\circ \text{ ...}$$

$$21x-5x=24 \quad \text{Riduco i termini simili ...}$$

$$16x=24 \quad \text{Divido ambo i membri per il coefficiente di } x \text{ ...}$$

$$x = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}; \quad \boxed{x = \frac{3}{2}} \quad (\text{oppure, a partire da } 16x=24, \text{ si poteva dividere subito ambo i membri per } 8, \text{ semplificarli insomma per } 8, \text{ ottenendo } 2x=3 \text{ da cui poi } x=3/2)$$

□ ESEMPIO SVOLTO

$$7(x-2)=11(x+2) \quad \text{Calcoli ...}$$

$$7x-14=11x+22 \quad \text{Trasportiamo tutte le } x \text{ a } 1^\circ \text{ membro, e gli altri termini a } 2^\circ \text{ membro ...}$$

$$7x-11x=22+14 \quad \text{Riduzione termini simili ...}$$

$$-4x=36$$

QUANDO IL COEFF. DI x NELL'ULTIMO PASSAGGIO E' <0 , CONVIENE CAMBIARE I SEGNI ...

$$4x=-36 \quad \text{Divisione per il coefficiente di } x \text{ ...}$$

$$x = \frac{-36}{4} = -9; \quad \boxed{x = -9} \quad (\text{anche, ma non è raccomandato: } -4x=36; \quad x = \frac{36}{-4} = -9)$$

□ ESEMPIO SVOLTO

$$3(x+7)=11x+3; \quad 3x+21=11x+3; \quad 3x-11x=3-21; \quad -8x=-18; \quad 8x=18$$

$$\boxed{x = \frac{18}{8}} = \frac{9}{4} \quad \dots \text{ oppure, a partire da } 8x=18, \text{ si poteva dividere subito ambo i membri per } 2 \text{ (semplificarli, insomma, per } 2), \text{ ottenendo } x = \frac{18}{8} \text{ da cui poi } x = 9/4$$

ESERCIZI

- 1) $7x-1=27$ 2) $7x+5=4x-1$ 3) $5x-3=2x-1$ 4) $4x+7=5x+8$ 5) $3x=7x-1$
 6) $10x=20x$ 7) $10x+20=0$ 8) $6x-2=12x+1$ 9) $7x-6x=5x-4$ 10) $x+2x+3=4x+5x+6$
 11) $x+1+4x+4=2+3x+3$ 12) $7x+3=8x+1$ 13) $3x-(2x+9)=5-(4x-1)$ 14) $4(x+1)=3(4-x)$
 15) $2(x+1)=3x-1$ 16) $3(x+4)=5(x+6)$ 17) $4x-1=3(8x-1)$ 18) $3(x-1)=2[4(x+1)-3]$
 19) $3[5(1-x)-4]=2[4-3(1+x)]$ 20) $3x-2+3(x-2)=4x-1+4(x-1)$ 21) $(x-2)^2=x^2$

□ ES. SVOLTO: $4(x-1)(x-2)+14x-1=(4x+1)(x+1)+3(2-x)$

$$4(x^2-2x-x+2)+14x-1=4x^2+4x+x+1+6-3x$$

$$4x^2-8x-4x+8+14x-1=4x^2+2x+7; \quad 2x-7=2x-7; \quad 0=0$$

L'equaz. ha perso tutti i termini con x e si è ridotta ad un'uguaglianza numerica VERA ($0=0$, oppure, se non avessimo mandato via i "+7", $7=7$).

E' dunque INDETERMINATA. Qualunque valore di x ne è soluzione.

□ ES. SVOLTO: $(x-1)^2 - [(x+1)^2 + 8] + 3(4x+1) = 2x^2 - 2(x-2)^2$

$$x^2-2x+1-(x^2+2x+1+8)+12x+3=2x^2-2(x^2-4x+4)$$

$$x^2-2x-1-x^2-2x-9+12x+3=2x^2-2x^2+8x-8; \quad 8x+3=8x$$

Qui tutti i termini con x se ne sono andati, ed è rimasta un'uguaglianza puramente numerica, FALSA ($3=0$).

Se ne conclude che l'equazione è IMPOSSIBILE, cioè priva di soluzioni: nessun valore di x ne è soluzione.

□ ES. SVOLTO: $(x-5)^2 = (x-3)^2 + 4^2$

$$x^2-10x+25=x^2-6x+9+16$$

$$-4x=0; \quad \boxed{x=0}$$

♥ RICAPITOLANDO

Le x se ne vanno, uguaglianza numerica FALSA: IMPOSSIBILE

Le x se ne vanno, uguaglianza numerica VERA: INDETERMINATA

$ax=0$ ($a \neq 0$): l'equazione ha UNA SOLA SOLUZIONE, $x=0$

ESERCIZI

22) $5x = 2x$ 23) $5x = 5x$ 24) $0 \cdot x = 5$ 25) $14 + x = 7(x+2)$ 26) $5x + 3(x-1) = x + 7(x+1)$
 27) $4x + 3(x+4) = 12$ 28) $2(2x-1) + 5 = 4(x+1) - 1$ 29) $3(8x+16) = 8(3x+6)$ 30) $3(x+8) = 8(x+3)$

□ ESEMPIO SVOLTO: $\frac{1}{4}x = \frac{2x}{3} + \frac{1}{6}$. Premesso che $\frac{1}{4}x = \frac{x}{4}$, $\frac{2x}{3} = \frac{2}{3}x$, possiamo:

a) fare il denominatore comune, uguale per entrambi i membri, che sarà quindi il minimo comune multiplo di TUTTI i denominatori presenti, sia quelli del 1° che quelli del 2° membro:

$$\frac{3x}{12} = \frac{8x+2}{12}; \quad 3x - 8x = 2; \quad -5x = 2; \quad 5x = -2; \quad x = -\frac{2}{5}$$

b) oppure MOLTIPLICARE sia il 1° che il 2° membro, quindi ciascun termine, per quello che sarebbe stato il denominatore comune e semplificare a mente, mandando così via i denominatori ... senza aver fatto il denominatore comune!

$$12 \cdot \left(\frac{1}{4}x\right) = \left(\frac{2x}{3} + \frac{1}{6}\right) \cdot 12; \quad 3x = 8x + 2 \quad \text{eccetera}$$

□ ESEMPIO SVOLTO: $\frac{x-7}{4} - \frac{3x+12}{8} = \frac{3}{2}x$

NOTA
 $\frac{2x-14-3x-12}{8} = \frac{12x}{8}$

NOTA: OCCHIO!!! QUI ENTRAMBI I SEGNI DEVONO CAMBIARE!

Infatti il segno "-" si riferisce

a TUTTO il binomio $3x+12$: $\frac{2x-14-(3x+12)}{8} = \frac{12x}{8}$

$$-x - 26 = 12x; \quad -13x = 26; \quad 13x = -26; \quad \boxed{x = -2}$$

♥ IMPORTANTE
 Quando ci sono dei denominatori, conviene innanzitutto liberarsene con uno dei due metodi esposti qui a sinistra. IN GENERALE, NON È CONVENIENTE trasportare termini o ridurre termini simili mentre ci sono ancora i denominatori!

ESERCIZI

31) $\frac{1}{3}x = 4$ 32) $8x = \frac{1}{2}$ 33) $\frac{1}{4}x = \frac{1}{3}$ 34) $\frac{2}{3}x + \frac{4}{5} = 0$ 35) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}$ 36) $\frac{2}{5}x = 3 + x$
 37) $\frac{x}{5} - \frac{7}{10} = \frac{x+1}{2}$ 38) $\frac{3x-1}{6} = \frac{2+x}{9}$ 39) $\frac{3x}{8} - \frac{x-3}{4} = 2$ 40) $\frac{x}{2} = \frac{x-1}{7} - \frac{3x+6}{14}$ 41) $\frac{x-3}{4} - \frac{2x}{3} = \frac{1-x}{2}$
 42) $\frac{x+4}{5} + \frac{x+1}{10} = \frac{2x+1}{15}$ 43) $\frac{1}{2}x + \frac{x}{3} + \frac{1}{4}x = \frac{x+1}{6}$ 44) $\frac{7x+3}{5} - \frac{3}{2}x = 0$ 45) $\frac{x+3}{5} - \frac{x+1}{4} = 0$
 46) $x - \frac{x+10}{12} = 1$ 47) $\frac{5}{8}x - \frac{9x-1}{16} = 0$ 48) $3 \cdot \frac{x-1}{4} = 5 \cdot \frac{x+6}{2}$ 49) $\frac{1}{6}x = \frac{x}{4} - \frac{1}{3}$ 50) $\frac{x+21}{4} = x$
 51) $0,01 \cdot (x+5) = \frac{x-(7-2x)}{25}$ 52) $3 \cdot \frac{x}{2} - 2 \cdot \frac{x}{3} = \frac{x+1}{8} + 2$ 53) $\frac{x+5}{3} = \frac{1}{5}(x+1)$ 54) $2x - \frac{x+7}{4} = 0$
 55) $x = \frac{4x+1}{2}$ 56) $x^2 + 1 = \frac{4x(x-3)+1}{4} + 3 \cdot \frac{x}{2}$ 57) $\frac{3}{5} \cdot \frac{4-x}{2} = \frac{2}{3}(2x-1)$ 58) $\frac{2}{3} - \frac{3}{4}x = \frac{3}{4} - \frac{2}{3}x$
 59) $\frac{1}{3}(x-6) = \frac{1}{2}(x+2)$ che puoi risolvere eseguendo i prodotti, oppure riscrivendo come $\frac{x-6}{3} = \frac{x+2}{2}$
 60) $\frac{1}{2}(x+4) = \frac{3-2x}{7}$ 61) $\frac{1}{4}(x+2) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{12}(x-6)$ 62) $1 + \frac{x}{4} - \frac{1}{2}(2-x) = \frac{1}{8}x$ 63) $\frac{1}{3}(2x-1) = 1 - \frac{5x-1}{6}$
 64) $\frac{x}{8} - 1 = \frac{x}{5 + \frac{1}{3}} + \frac{7}{24}$ 65) $\frac{x - \frac{5}{3}}{2} - \left[\frac{1}{3}(x+1) + \frac{11}{6}\right] = 0$ 66) $\frac{x}{1 + \frac{1}{3}} - \frac{1}{2}(x+1) = \frac{1}{3}x - \frac{x}{12}$ 67) $\frac{x}{0,2} - \frac{x+1}{0,2} = 0$

SOLUZIONI

1) $x = 4$ 2) $x = -2$ 3) $x = 2/3$ 4) $x = -1$ 5) $x = 1/4$ 6) $x = 0$ 7) $x = -2$ 8) $x = -1/2$ 9) $x = 1$
 10) $x = -1/2$ 11) $x = 0$ 12) $x = 2$ 13) $x = 3$ 14) $x = 8/7$ 15) $x = 3$ 16) $x = -9$ 17) $x = 1/10$
 18) $x = -1$ 19) $x = 1/9$ 20) $x = -3/2$ 21) $x = 1$ 22) $x = 0$ 23) *indet.* 24) *imposs.* 25) $x = 0$
 26) *imposs.* 27) $x = 0$ 28) *indet.* 29) *indet.* 30) $x = 0$ 31) $x = 12$ 32) $x = 1/16$ 33) $x = 4/3$
 34) $x = -6/5$ 35) $x = 7/2$ 36) $x = -5$ 37) $x = -4$ 38) $x = 1$ 39) $x = 10$ 40) $x = -1$ 41) $x = 15$
 42) $x = -5$ 43) $x = 2/11$ 44) $x = 6$ 45) $x = 7$ 46) $x = 2$ 47) $x = -1$ 48) $x = -9$ 49) $x = 4$
 50) $x = 7$ 51) $x = 3$ 52) $x = 3$ 53) $x = -11$ 54) $x = 1$ 55) $x = -1/2$ 56) $x = -1/2$ 57) $x = 8/7$ 58) $x = -1$
 59) $x = -18$ 60) $x = -2$ 61) *indet.* 62) $x = 0$ 63) $x = 1$ 64) $x = -23$ 65) $x = 4$ 66) *imposs.* 67) $x = 9$

ALTRI ESERCIZI

Nelle seguenti equazioni sono presenti dei prodotti notevoli: risolvi.

68) $(3x-1)^2 + (4x-3)^2 = (5x-2)^2 + 2^4$ 69) $(3x-5)(5+3x) - 9(x-2)^2 = 11$ 70) $\frac{(7x+1)^2 - (5x+1)^2}{24} = x^2$
 71) $(8-x)^2 = x^2$ 72) $(7-3x)^2 + 3 = (4-3x)^2$ 73) $9(2x+1)(2x-1) + 4 = (6x+5)^2$ 74) $(9x-2)^2 = (9x+2)^2$
 75) $\frac{(2x-5)^2 - 21}{4} = (x+3)(x-3)$ 76) $(x+3)^2 + (x+5)^2 = (x+2)^2 + (x+4)^2$ 77) $\frac{(10x+1)^2}{100} = x^2$
 78) $\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4}(x-1)^2$ 79) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{(x+1)^2 + 8x^2}{2^3 + 1}$ 80) $(x-5)^3 = x^2(x-15)$ 81) $x^2(x+12) = (x+4)^3$
 82) $x^2 = \frac{x(x-2)^2 - (x-2)^3}{2}$ 83) $(3x-1)^3 - 1 = (2x-1)^3 + (x-1)^3 + 6x^2(3x-2)$ 84) $\frac{(1-2x)^3}{1-3^2} = x^2\left(x - \frac{3}{2}\right)$

Da www.amscopub.com:

- 85) Which equation has no solution? 86) Which equation has a solution of -2 ? 87) Which equation has the same solution as $\frac{c}{4} + 5 = 34$?
- | | | | |
|------------|----------------|---------------|---------------------|
| A. $x-1=0$ | A. $3(x-2)=0$ | A. $4c+10=34$ | B. $\frac{c}{4}=39$ |
| B. $x+1=1$ | B. $5(2x-1)=0$ | | |
| C. $1-x=1$ | C. $7(x+2)=0$ | C. $c-20=136$ | D. $\frac{c}{4}=29$ |
| D. $x+1=x$ | D. $9(x+4)=0$ | | |

88) Cerca di risolvere A MENTE, PER TENTATIVI, le equazioni seguenti:

a) $2 + \frac{2}{x} = 1$ b) $\frac{12}{x-5} = 3$ c) $\frac{29}{15+12x} = \frac{29}{15+1234x}$ d) $\frac{1}{x} = \frac{1}{2-x}$ e) $\frac{1}{x} = x$ (due soluzioni!)
 f) $\frac{3}{x} = \frac{x}{3}$ (due soluzioni!) g) $x^2 + x = 0$ (due soluzioni!) h) $x + \frac{8}{x} = 9$ (due soluzioni!) i) $\frac{1}{x-4} = 0$
 l) $\frac{112}{113}(x+7) = 0$ m) $4x^2 = 0$ n) $(x-8)(x-7)(x+3) = 0$ (3 soluzioni!) o) $x = \sqrt{x}$ (due soluzioni!)

89) Risolvi le seguenti equazioncine. Volutamente, l'incognita non è sempre indicata con x !

a) $x = x$ b) $x-1 = x$ c) $7y = 3y$ d) $\frac{1}{2}z = 4$ e) $\frac{3}{4}h = 5$ f) $\frac{t}{2} = \frac{3}{5}$
 g) $2 - \frac{3}{5}m = 0$ h) $3x-4 = 3x+4$ i) $3k-1 = 13k-1$ l) $x(x-1)+1 = (x-1)^2 + x$
 m) $(w-1)^2 = (w+1)^2$ n) $0,5q = 0,4$ o) $0,5r = 0,04$ p) $0,05s = 0,4$ q) $3 = -6x$
 r) $b = 1000b$ s) $1000 = 1000a$ t) $\frac{1}{3}c = \frac{1}{2}$ u) $3c = \frac{1}{2}$ v) $\frac{1}{3}c = \frac{1}{6}c - \frac{1}{2}c$ z) $\frac{1}{3}d = \frac{1}{2}d - \frac{1}{6}d$

90) Risolvi le seguenti equazioncine. Volutamente, l'incognita non è sempre indicata con x !

a) $0 \cdot (a+2) = 0 \cdot (a-2)$ b) $5^{15} + 5^{13}b = 0$ c) $-c = c$ d) $7,7771y = 7,777y + 1$ e) $3,5\bar{x} + 1 = 0$
 f) $0,0\bar{3} = 0,3\bar{x}$ g) $0,2x = 0,2$ h) $357 = 357(n+468)$ i) $444(s+7) + 333 = 0$ l) $78,3045x + 3,98349x = 0$
 m) $1 + \frac{7}{3}q = 0$ n) $13^{-3}x = 13^{-2}$ o) $350^2x = 490^2$ p) $(y-3)(y+3) = (y-4)(y+4)$ q) $3254(65x-4) = 0$

91) Scrivi un'equazione, con 0 a 2° membro, e coefficienti interi, che abbia per soluzione $x = -\frac{99}{101}$

92) Scegliendo opportunamente i valori di b e c , scrivi una qualunque equazione, della forma $x^2 + bx + c = 0$, che abbia per soluzione $x = 3$

93) Sapresti giustificare perché l'equazione $(x-2)^2 + 9 = 0$ è impossibile?

94) Che valore devi dare al numero m se vuoi che l'equazione $x^2 + mx + 12 = 0$ abbia come soluzione

- a) $x = 4$? b) $x = -6$? c) $x = 0$?

95) Un mattone pesa $1 \text{ kg} + \frac{1}{10}$ di mattone. Quanto pesa il mattone?

- 96) Che valore occorre dare alla lettera a affinché l'equazione seguente, nell'incognita x :
 $a(2x-3)+5=10(x-1)$ NON abbia una e una sola soluzione? E in tal caso, quante soluzioni ha?
- 97) Per quale valore di k il polinomio x^3+kx^2-4x-3 è divisibile
 (NOTA: "divisibile per" significa che la divisione ha resto 0)
 a) per il binomio $(x-1)$? b) per il binomio $(x+3)$?
Indicazione: si applica il "Teorema del Resto" ...
- 98) Per quale valore di m il polinomio $mx^3+3x^2-4mx-12$ è divisibile
 a) per il binomio $(x-2)$? b) per il binomio $(x+1)$?
- 99) Per quale valore di a la divisione $(ax^4-x-22):(x-2)$ ha per resto 1000?
- 100) Per quale valore di y i due polinomi $A(y)=5y+1$; $B(y)=y-7$ assumono:
 a) valori uguali? b) valori opposti? c) valori uno doppio dell'altro?

SOLUZIONI

- 68) $x=-1$ 69) $x=2$ 70) $x=0$ 71) $x=4$ 72) $x=2$ 73) $x=-\frac{1}{2}$ 74) $x=0$ 75) $x=2$ 76) $x=-\frac{7}{2}$
 77) $x=-\frac{1}{20}$ 78) $x=\frac{1}{4}$ 79) $x=0$ 80) $x=\frac{5}{3}$ 81) $x=-\frac{4}{3}$ 82) $x=1$ 83) *indet.* 84) $x=\frac{1}{6}$
 85) D 86) C 87) D
 88) a) -2 b) 9 c) 0 d) 1 e) $+1, -1$ f) $+3, -3$ g) $0, -1$ h) $1, 8$ i) *imp.* l) -7 m) 0 n) $8, 7, -3$ o) $0, 1$
 89) a) *indeterminata: qualunque valore di x ne è soluzione* b) *impossibile* c) $y=0$ d) $z=8$ e) $h=\frac{20}{3}$
 f) $t=\frac{6}{5}$ g) $m=\frac{10}{3}$ h) *impossibile* i) $k=0$ l) *indeterminata: qualunque valore di x ne è soluzione*
 m) $w=0$ n) (*moltiplica innanzitutto per 10*) $q=\frac{4}{5}$ o) (*moltiplica per ...*) $r=\frac{4}{50}=\frac{2}{25}$ p) $s=8$
 q) $x=-\frac{1}{2}$ r) $b=0$ s) $a=1$ t) $c=\frac{3}{2}$ u) $c=\frac{1}{6}$ v) $c=0$ z) *indet.: qualunque valore di d ne è soluz.*
 90) a) *indet.* b) *semplificabile per 5^{13} : $5^2+b=0$, $b=-25$* c) $c=0$ d) $y=10000$ e) $x=-\frac{9}{32}$
 f) $x=\frac{1}{10}$ g) $x=\frac{10}{9}$ h) $1=n+468$; $n=-467$ i) $4(s+7)+3=0$; $s=-\frac{31}{4}$ l) $x=0$ (*inutile far calcoli!*)
 m) $q=-\frac{3}{7}$ n) $x=13$ o) $x=\frac{49}{25}$ p) *imposs.* q) *equivale a $65x-4=0$; $x=\frac{4}{65}$*
 91) $101x+99=0$
 92) Uno dei tanti modi di procedere è di dare a b un valore a tuo piacimento, poi calcolare 3^2+3b ,
 infine assegnare a c il valore opposto di quello trovato.
 Ad esempio, scegliendo $b=5$, è $3^2+5\cdot 3=24$ quindi l'equazione $x^2+5x-24=0$ farà al caso nostro.
 93) Un quadrato non può mai assumere valore negativo, per nessun valore della base;
 aggiungendo dunque 9 a un quadrato, non si può pretendere di poter ottenere 0.
 94) a) Sostituendo al posto di x il valore 4 si deve ottenere un'uguaglianza vera ... $m=-7$
 b) $m=8$ c) *Impossibile: per nessun valore di m questa equazione può avere 0 come soluzione*
 95) $x=1+\frac{1}{10}x$; $x=\frac{10}{9}kg$ ($1kg$ e $\frac{1}{9}$ di kg)
 96) $a=5$. In tal caso, l'equazione risulta indeterminata, quindi ha infinite soluzioni.
 Infatti $a(2x-3)+5=10(x-1)$ equivale a $2ax-3a+5=10x-10$; ora, $2a=10$ quando $a=5$
 e con $a=5$ l'equazione diventa $5(2x-3)+5=10(x-1)$; ~~$10x-15+5=10x-10$~~ *indeterminata*
 97) a) $k=6$: $P(x)=x^3+kx^2-4x-3$ è divisibile per $(x-1)$ se $P(1)=0$, ossia $1^3+k\cdot 1^2-4\cdot 1-3=0$; $k=6$
 b) $k=2$
 98) a) Per qualsiasi valore di m b) Per $m=3$
 99) Per $a=64$
 100) a) Per $y=-2$ b) Per $y=1$ c) Per $y=-5$ ($A(y)=2B(y)$) o per $y=-1$ ($B(y)=2A(y)$)