

## Esempi di problemi del “TRE SEMPLICE”

**Premettiamo che viene detto “problema del tre semplice” un problema nel quale è coinvolta UNA COPPIA DI GRANDEZZE direttamente o inversamente PROPORZIONALI, e si considerano 4 VALORI (2 DI UNA GRANDEZZA, PIÙ I 2 CORRISPONDENTI DELL’ALTRA). Di tali valori, 3 SONO NOTI, mentre IL RESTANTE È INCOGNITO ed è la richiesta del problema.**

*Problema (“TRE SEMPLICE DIRETTO”):*

*se 4,5 metri di stoffa costano 20 euro, quanti metri di stoffa si potranno comprare con 15 euro?*

Qui è evidentemente in gioco una coppia di grandezze (i metri di stoffa, il costo in euro) direttamente proporzionali: raddoppiando i metri, infatti, raddoppierebbe il costo.

|              |             |  |
|--------------|-------------|--|
| <b>metri</b> | <b>euro</b> |  |
| 4,5          | 20          |  |
| x            | 15          |  |

Le frecce puntano nella stessa direzione proprio per il fatto che la proporzionalità è DIRETTA.  
Si scriverà poi la proporzione, seguendo l’ordine delle frecce.

$$\boxed{4,5 : x = 20 : 15} \quad \text{da cui subito} \quad x = \frac{4,5 \cdot 15}{20} = 3,375.$$

- Ovviamente si può anche ricorrere a semplicissime “SCORCIATOIE” tipo:  
se 4,5 metri costano 20 euro, con 15 euro potrò acquistare  
i  $\frac{15}{20}$ , ossia i  $\frac{3}{4}$ , di 4,5 metri, vale a dire  $\frac{3}{4} \cdot 4,5 = 3,375$  metri.
- C’è da dire che un METODO ALTERNATIVO altrettanto efficace per risolvere problemi di questo tipo è sempre la “RIDUZIONE ALL’UNITÀ”:  
dato che 4,5 metri di stoffa costano 20 euro,  
con 1 euro si potranno acquistare  $\frac{4,5}{20}$  metri di stoffa ossia 0,225 metri di stoffa;  
ma se con 1 euro si comprano 0,225 metri di stoffa,  
con 15 euro se ne acquisteranno  $0,225 \cdot 15 = 3,375$

*Problema (“TRE SEMPLICE INVERSO”):*

*8 braccianti portano a termine un dato lavoro in 20 ore.*

*E se invece gli operai fossero solo 5, quante ore ci vorrebbero per ultimare il lavoro?*

Qui la proporzionalità è evidentemente inversa, perché raddoppiando il numero di lavoratori si dimezza il numero delle ore occorrenti.

|                   |            |  |
|-------------------|------------|--|
| <b>lavoratori</b> | <b>ore</b> |  |
| 8                 | 20         |  |
| 5                 | x          |  |

Le frecce puntano in direzioni opposte proprio per il fatto che la proporzionalità è INVERSA.  
Si scriverà poi la proporzione, seguendo l’ordine delle frecce.

$$\boxed{8 : 5 = x : 20} \quad \text{da cui} \quad x = \frac{8 \cdot 20}{5} = 32$$

- SCORCIATOIA: se il numero di operai dimezzasse ( $\cdot 1/2$ ), il numero di ore raddoppierebbe ( $\cdot 2$ ).  
Quando il numero di operai passa da 8 a 5, subendo quindi una moltiplicazione per  $5/8$ , il numero di ore risulterà moltiplicato per il RAPPORTO INVERSO  $8/5$ ;  
perciò basta fare  $20$  moltiplicato  $8/5$ , che dà  $32$ .
- IN ALTERNATIVA, senza proporzioni, con la “RIDUZIONE ALL’UNITÀ”:  
8 braccianti completano il lavoro in 20 ore;  
allora se ci fosse 1 solo bracciante, lui ci metterebbe  $20 \cdot 8 = 160$  ore.  
Quindi se i braccianti sono 5, ci metteranno  $\frac{160}{5} = 32$  ore.
- SE PREFERIAMO, possiamo anche pensare di aver effettuato, piuttosto che una “riduzione all’unità”, un “CALCOLO DEL TOTALE”:  
il totale delle ore di lavoro necessarie (da ripartirsi poi fra i vari operai) è  $20 \cdot 8 = 160$ .  
Poiché però si vogliono utilizzare 5 braccianti, ciascuno dovrà essere impiegato per  $\frac{160}{5} = 32$  ore.

Un altro esempio.

Con una damigiana di vino, si riempiono 40 bottiglie da 1,5 litri.

E se si usassero invece bottiglie da 1,25 litri, quante ce ne vorrebbero?

Qui abbiamo una coppia di grandezze (la capacità di 1 bottiglia, il numero di bottiglie) inversamente proporzionali:

raddoppiando la capacità, infatti, dimezzerebbe il numero di bottiglie occorrenti.

|                  |              |
|------------------|--------------|
| <b>bottiglie</b> | <b>litri</b> |
| 40 ↓             | 1,5 ↑        |
| x ↓              | 1,25 ↑       |

Le frecce puntano in direzioni opposte proprio per il fatto che la proporzionalità è INVERSA.

Si scriverà poi la proporzione, seguendo l'ordine delle frecce.

$$\boxed{40 : x = 1,25 : 1,5} \quad \text{da cui} \quad x = \frac{40 \cdot 1,5}{1,25} = 48.$$

IN ALTERNATIVA, senza proporzioni ("CALCOLO DEL TOTALE"):

la nostra damigiana equivale a 40 bottiglie da 1,5 litri;

bene, quindi la damigiana contiene  $40 \cdot 1,5 = 60$  litri.

Quante bottiglie da 1,25 sono necessarie allora? Ovviamente,  $\frac{60}{1,25} = 48$ .

Volendo, anche qui sarebbe possibile interpretare il procedimento come se si trattasse di una "RIDUZIONE ALL'UNITÀ".

Di bottiglie da 1 litro, quante ce ne vorrebbero?

Evidentemente,  $40 \cdot 1,5 = 60$ .

Dunque di bottiglie da 1,25 litri ce ne vogliono invece  $60/1,25 = 48$ .

- Dai tre esempi forniti si trae che quando si fa la "RIDUZIONE ALL'UNITÀ", L'UNITÀ IN QUESTIONE SI RIFERISCE SEMPRE A QUELLA QUANTITÀ, FRA LE DUE, DELLA QUALE SONO NOTI ENTRAMBI I VALORI.

### Qualche esempio di problema del "TRE COMPOSTO"

**Nei problemi del "tre composto" si hanno più di 2 grandezze in gioco (3 o più grandezze, quindi), tali che prese due qualsiasi di tali grandezze, fra esse si riscontra sempre una proporzionalità, diretta o inversa.**

Volendo, esisterebbero anche per i problemi di questo tipo specifiche schematizzazioni e tecniche "standard"; tuttavia, ci sembra preferibile suggerire, come idea di fondo, quella di cercare opportune RIDUZIONI ALL'UNITÀ o CALCOLI DI TOTALI, come negli esempi che seguono.

Esempio 1 - *Nel magazzino di una caserma ci sono 25 kg di sapone.*

*Questa quantità basta per 40 soldati e per 20 giorni.*

*Se ci fossero 30 kg e 50 soldati, per quanti giorni basterebbe il sapone?*

1 solo soldato, nei 20 giorni, ha bisogno di  $25/40 = 0,625$  kg di sapone.

1 solo soldato, in 1 solo giorno, necessita di  $0,625/20 = 0,03125$  kg di sapone.

50 soldati, in 1 solo giorno, consumano  $0,03125 \cdot 50 = 1,5625$  kg di sapone.

Essendoci ora 30 kg di sapone, questi basteranno, a 50 soldati, per  $30/1,5625 = 19,2$  giorni.

Esempio 2 - *La quantità di fieno che riempie questo camion basta a 15 mucche per 12 giorni, qualora se ne diano a ogni mucca 25 kg al giorno. E se si diminuise la razione a 20 kg al giorno, quante mucche si potrebbero alimentare in un periodo di 18 giorni?*

In totale, quanti kg di fieno contiene il camion?  $25 \cdot 15 \cdot 12 = 4500$  kg.

Pensando di distribuire questa quantità in 18 giorni, sono allora disponibili

$4500/18 = 250$  kg al giorno.

Con razioni da 20 kg, si potrebbero fare  $250/20 = 12,5$  razioni, quindi alimentare 12,5 mucche.

Esempio 3 - *30 operai, lavorando ciascuno 8 ore, riescono a produrre in una fabbrica 1500 pezzi.*

*Quante ore dovrebbero lavorare 20 operai per una produzione di 2500 pezzi?*

1 operaio in 8 ore produce  $1500/30 = 50$  pezzi. 1 operaio in 1 ora produce  $50/8 = 6,25$  pezzi.

20 operai in 1 ora producono  $6,25 \cdot 20 = 125$  pezzi.

Per produrre 2500 pezzi i 20 operai ci metteranno dunque  $2500/125 = 20$  ore.

**ESERCIZI**

**Per le seguenti coppie di grandezze, stabilisci se sono legate da proporzionalità diretta o inversa. Scrivi anche la formula che lega una grandezza all'altra.**

**Quanto vale, in ciascun caso, la costante di proporzionalità?**

- 1) Base  $b$  e altezza  $h$  (misure in cm) di un rettangolo la cui area è di  $\text{cm}^2$  24
- 2) Guadagno  $g$  del proprietario di una casa, e numero  $n$  di mesi di permanenza dell'inquilino, supponendo che il canone di affitto mensile  $c$  rimanga costante
- 3) Raggio  $r$  della ruota di una data bicicletta, e numero  $n$  di giri occorrenti per coprire una distanza fissa  $\bar{d}$  (leggi : " $d$  segnato")
- 4) Lato  $\ell$  e perimetro  $2p$  di un quadrato
- 5) Altezza  $h$  e volume  $V$  dell'acqua in una data piscina a forma di parallelepipedo
- 6) Velocità  $v$  (in litri al secondo) con cui l'acqua esce dal rubinetto, e volume  $V$  (in litri) dell'acqua nella vasca, inizialmente vuota, dopo un numero di secondi fissato  $\bar{t}$  (" $t$  segnato")
- 7) Velocità  $v$  (in litri al secondo) con cui l'acqua esce dal rubinetto, e tempo  $t$  (in secondi) impiegato perché un dato serbatoio passi da vuoto a pieno
- 8) Costo  $c$  al litro del vino, e numero  $n$  di litri acquistabili, se si intende spendere 800 euro
- 9) Numero  $n$  di giri compiuti dalla ruota anteriore di una data bicicletta, e distanza  $d$  percorsa
- 10) Densità  $d$  di un liquido e suo peso  $p$ , per un dato volume costante  $V$
- 11) Numero  $n$  di lati e misura  $\ell$  del lato di un poligono regolare di perimetro  $2p$  assegnato
- 12) Numero  $n$  di lavoratori da assumere per portare a termine un dato lavoro (es. la vendemmia in una data vigna), e numero  $k$  di ore nel quale si desidera che il lavoro venga ultimato

*I successivi problemi del "tre semplice" e del "tre composto" sono strati tratti dal ricco e simpatico sito Ubimath ([www.ubimath.org](http://www.ubimath.org)) grazie all'autorizzazione del gentile Autore Ubaldo Pernigo.*

**Problemi del "tre semplice"**

- 13) Giovanni acquista 6 kg di caffè pagandoli 2 euro il chilogrammo. Quanto caffè avrebbe potuto acquistare, disponendo dello stesso importo, se il costo fosse stato di 2,40 euro il chilogrammo?
- 14) Un libro di 400 pagine contiene in media in ogni pagina 27 righe.  
Nella ristampa del libro l'editore cambiando il formato della pagina fa rientrare più righe.  
Dal nuovo formato il libro risulta ora di 360 pagine.  
Da quante righe è composta una pagina nel nuovo formato?
- 15) Giovanni lavorando 20 giorni, ha riscosso 900 euro.  
Se volesse percepire 450 euro in più, quanti giorni dovrebbe lavorare alle stesse condizioni?
- 16) Su di una nave sono stati imbarcati i viveri occorrenti per una crociera di 18 giorni con 950 persone.  
A metà viaggio sbarcano 95 persone: per quanti giorni basterebbero ora i viveri?
- 17) Per confezionare 41 scatole sono stati necessari 82 kg di cartone.  
Quanti kg ne occorrono per confezionare 95 scatole?
- 18) Per trasportare della merce un camionista compie 6 viaggi con un carico medio di 30 quintali.  
Con un mezzo più piccolo che porti mediamente 18 quintali, quanti viaggi dovrebbe prevedere?
- 19) Una stampante laser produce 120 stampe in 3 minuti. Quanto impiegherà per eseguire 200 stampe?
- 20) Per misurare l'altezza del campanile viene rilevata la lunghezza della sua ombra, che misura 11,7 m, e di quella di un'asta di 1,2 m che risulta essere di 45 cm. Quanto è alto il campanile?
- 21) Una stampante laser produce 120 pagine in 3 minuti. In 10 minuti quante pagine stamperà?
- 22) Michele, per raggiungere la filiale da ispezionare, ha viaggiato in auto per 4 ore ad una velocità media di 70 km/h. Quanto avrebbe impiegato agli 80 km/h?
- 23) In sette giorni le ghiandole salivari di un individuo adulto producono circa dieci litri e mezzo di saliva.  
Quanta saliva produce mediamente un individuo adulto in un mese (30 giorni)?
- 24) Per creare una rotonda ad un incrocio 8 operai impiegano 27 giorni lavorativi.  
Se vengono impiegati 12 operai quanto tempo in meno si impiegherebbe nella stessa costruzione?
- 25) Per fornire il primo piatto a 150 persone vengono usati 45 kg di pasta.  
Quanta pasta occorre utilizzare per 200 persone?

- 26) Un rotolo di cavo metallico, che svolto si sviluppa per una lunghezza di 15 m, pesa 45 kg.  
Quanto peserebbe un cavo analogo lungo 75 m?
- 27) Per tinteggiare il vano scale della propria casa Giacomo e Giovanni stimano di impiegare 9 ore di lavoro. Quanto impiegherebbero con l'aiuto di papà?

### Problemi del “tre composto”

- 28) Per dipingere 30 metri quadrati di stanza sono stati utilizzati 12 barattoli di colore da 2,5 kg.  
Quanti barattoli da 15 kg saranno necessari per dipingere una superficie di 270 metri quadrati?
- 29) Una ditta di pulizie per mantenere una superficie di 400 metri quadrati chiede per 5 mesi 2500 euro.  
Quale sarà la spesa per un anno, alle stesse condizioni, per una superficie di 500 metri quadrati?
- 30) Per stendere 600 m di linea elettrica, 5 elettricisti impiegano 8 ore.  
Quante ore impiegherebbero 4 elettricisti per stenderne 60 metri in meno?
- 31) Un artigiano paga 1000 euro per trasportare 18 quintali di merce a 30 chilometri di distanza.  
Quanti quintali potrà inviare a 6 chilometri con 300 euro?
- 32) Lavorando 9 ore al giorno per 8 giorni lavorativi si riceve una paga di 416 euro.  
Quanto si riceverebbe lavorando un'ora in meno al giorno ma per 18 giorni?
- 33) 30 operai, lavorando 8 ore al giorno, impiegano 15 giorni per aprire un fosso lungo 210 metri e largo 1,5 metri. Quanto impiegheranno 40 operai, lavorando 9 ore al giorno, per aprire un fosso lungo 840 metri e largo 3 metri?
- 34) Mario, che dirige un centro ippico, ha calcolato che i suoi 6 cavalli mangiano 15 quintali di biada in 25 giorni. Quanti quintali servono per alimentare 18 cavalli per 30 giorni?
- 35) Lavorando 6 ore per 4 giorni vengono prodotti in uno stabilimento 3840 giocattoli.  
Lavorando 8 ore al giorno, quanti giocattoli si produrrebbero in 8 giorni?
- 36) In 21 giorni, 18 operai lavorando 8 ore al giorno costruiscono un tratto di strada lungo 420 m.  
Quanti giorni dovrebbero lavorare 20 operai per 6 ore al giorno per costruire un'opera analoga ma lunga 600 m?

Copyright © 1987-2008 owned by Ubaldo Pernigo, please contact: [ubaldo@pernigo.com](mailto:ubaldo@pernigo.com)

Tutti i contenuti, ove non diversamente indicato, sono coperti da licenza

Creative Commons Attribuzione-Non commerciale-Non opere derivate 3.0 Italia

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0> (Attribution-Noncommercial-No Derivative Works 3.0)

La riproduzione di tutto o parte dei contenuti potranno avvenire solo senza alcun scopo di lucro e dovranno riportare l'attribuzione all'autore ed un link a UbiMath e/o a quella dell'autore/i originario.

### RISPOSTE (la costante di proporzionalità, diretta o inversa, è evidenziata in un quadratino)

- 1) Inv.  $b \cdot h = \boxed{24}$ ,  $b = \boxed{24}/h$ ,  $h = \boxed{24}/b$     2) Dir.  $g = \boxed{c} \cdot n$
- 3) Inv.  $2\pi r \cdot n = \bar{d}$ ,  $r \cdot n = \frac{\bar{d}}{2\pi}$ ,  $n = \frac{\bar{d}}{2\pi r} = \frac{\boxed{\bar{d}}}{\boxed{2\pi} r}$ ,  $r = \frac{\bar{d}}{2\pi n} = \frac{\boxed{\bar{d}}}{\boxed{2\pi} n}$     4) Dir.  $2p = \boxed{4} \ell$
- 5) Dir.  $V = \boxed{B} h$ , se con  $B$  si indica l'area della base    6) Dir.  $V = v \cdot \boxed{t}$
- 7) Inv.  $v \cdot t = \boxed{s}$ ,  $v = \boxed{s}/t$ ,  $t = \boxed{s}/v$ , essendo  $s$  la capacità in litri del serbatoio
- 8) Inv.  $c \cdot n = \boxed{800}$     9) Dir.  $d = \boxed{2\pi r} \cdot n$ , se con  $r$  si indica il raggio della ruota
- 10) Dir.  $d = \frac{p}{V}$ ,  $p = \boxed{V} d$  (densità = peso per unità di volume)    11) Inv.  $\ell \cdot n = \boxed{2p}$
- 12) Inv.  $nk = \boxed{c}$ ,  $n = \frac{\boxed{c}}{k}$ ,  $k = \frac{\boxed{c}}{n}$  dove  $c$  è il numero totale di ore che ci metterebbe un uomo solo per fare il lavoro. Ovviamente, qui i valori sono stimati, approssimativi.
- 13) 5 kg    14) 30 righe    15) 30 giorni    16) 10 giorni ancora    17) 190 kg
- 18) 10 viaggi    19) 5 minuti    20) 31,2 metri    21) 400 pagine    22) 3,5 ore (3 h 30')
- 23) 45 litri    24) 9 gg. in meno    25) 60 kg    26) 225 kg    27) 6 ore    28) 18 barattoli
- 29) 7500 euro    30) 9 ore    31) 27 quintali di merce    32) 832 euro    33) 80 giorni
- 34) 54 quintali    35) 10240 giocattoli    36) 36 giorni