

3. I GRAFICI DELLA PROPORZIONALITA' DIRETTA E INVERSA

- A) Riprendiamo ancora l'esempio di **GRANDEZZE DIRETTAMENTE PROPORZIONALI** da cui eravamo partiti (pag. 178):
gli *euro* guadagnati dalla signora delle pulizie e le sue *ore* di lavoro (il costo orario era di 8 euro).

ore x	euro y
1	8
2	16
3	24
4	32
5	40
...	...

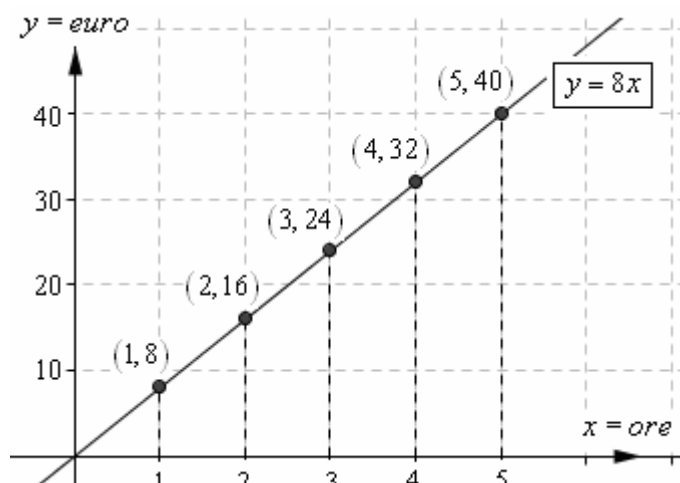
Indicato con x il numero di *ore*, e con y il numero corrispondente di *euro*, la relazione che lega x con y è la

$$y = 8x$$

e rappresentando questa funzione $y = 8x$ in un riferimento cartesiano, ossia evidenziando nel riferimento quei punti le cui coordinate (x, y) sono costituite da una coppia di valori che si corrispondono

$$(1,8) \quad (2,16) \quad (3,24) \quad (4,32) \quad (5,40) \quad \dots$$

vediamo che questi punti sono **ALLINEATI** fra loro: stanno tutti su di una **RETTA** (passante per l'origine).



Abbiamo scelto, per ovvi motivi di opportunità, unità di misura diverse in orizzontale (1 quadretto = 1 ora) e in verticale (1 quadretto = 10 euro).

I punti sarebbero risultati allineati anche scegliendo le unità di misura in modo diverso.

Se si rappresenta sul piano cartesiano la legge che lega due grandezze **DIRETTAMENTE PROPORZIONALI** x, y

$$y = k \cdot x$$

si ha sempre che i punti del grafico sono *allineati* fra loro: essi giacciono su di una **RETTA PASSANTE PER L'ORIGINE**.

- Una particella materiale libera (non soggetta, cioè, a forze) appare, ad un osservatore “inerziale” (ossia, libero a sua volta), in quiete oppure in moto rettilineo uniforme con velocità v costante. La legge spazio-tempo è $s = vt$ e lo spazio percorso è direttamente proporzionale al tempo del moto.
- Una molla che sia stata allungata o compressa di una certa lunghezza x esercita una forza elastica definita dalla relazione $F = -kx$ (il segno $-$ sta a indicare che il verso della forza è opposto a quello della deformazione), essendo k la “costante elastica” della molla. La forza F è perciò direttamente proporzionale all’allungamento o compressione x .
- Un corpo di massa m che si trovi ad una altezza h da terra ha una “energia potenziale gravitazionale” $U = mgh$, dove g è una costante, data dall’accelerazione di gravità sulla superficie terrestre. Perciò l’energia potenziale gravitazionale di un corpo è direttamente proporzionale all’altezza a cui si trova.
- La legge di Stevino afferma che la pressione di un liquido di densità ρ ad una data profondità h è data da $p = \rho gh$ ed è quindi direttamente proporzionale alla profondità.

B) E il grafico di una **PROPORZIONALITÀ INVERSA**, che forma avrà?

Riprendiamo l'esempio del tragitto fisso di 2 km percorso a differenti velocità (pag. 179): velocità e tempo di percorrenza erano grandezze inversamente proporzionali, perché raddoppiando la velocità dimezzava il tempo impiegato.

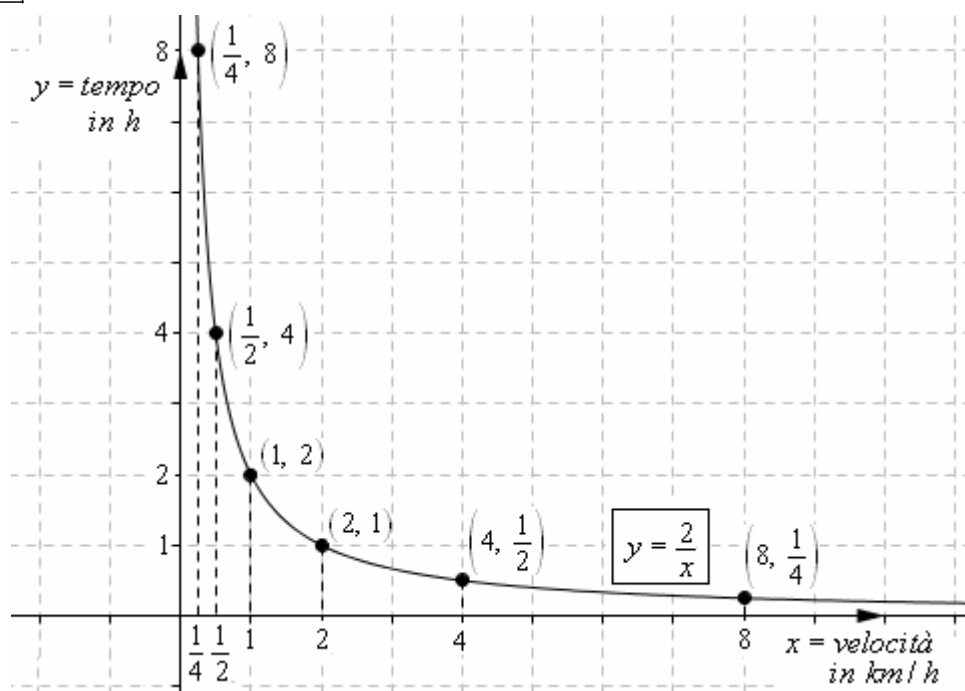
Velocità x in km all'ora	tempo y in ore per fare i 2 km
1/4	8
1/2	4
1	2
2	1
4	1/2
8	1/4
...	...

La formula era

$$\text{tempo} = \frac{2}{\text{velocità}} \quad (\text{tempo in ore, distanza fissa di 2 km, velocità espressa in km all'ora})$$

ossia

$$y = \frac{2}{x} \quad (xy = 2)$$



Se si rappresenta sul piano cartesiano la legge che lega due grandezze **INVERSAMENTE PROPORZIONALI** x, y

$$y = \frac{k}{x}$$

i punti del grafico giacciono su di un **RAMO DI IPERBOLE**.

- La 2^a legge di Newton, se viene scritta nella forma $a = F/m$, ci dice che l'accelerazione a subita da un corpo di massa m quando gli viene applicata una forza di intensità F ,
 - è direttamente proporzionale alla forza,
 - ed è (per una forza fissata) inversamente proporzionale alla massa.
- Per un gas perfetto sottoposto a una trasformazione isoterma (= a temperatura costante) vale la legge di Boyle-Mariotte, secondo la quale pressione e volume sono inversamente proporzionali:

$$p \cdot V = \text{costante}, \quad V = \frac{\text{costante}}{p}, \quad p = \frac{\text{costante}}{V}$$