5. SISTEMI CON PIU' DI DUE INCOGNITE: METODO DI SOSTITUZIONE

- Esempio 1

$$\begin{cases} 2(x-z)=1+3y \\ 4x-y-4z=7 \\ \dfrac{x-6}{4}+\dfrac{x+y}{3}=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-2z=1+3y \\ 4x-y-4z=7 \\ \dfrac{3x-18+4x+4y}{\cancel{12}}=\dfrac{0}{\cancel{12}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-3y-2z=1 \\ 4x-y-4z\ =7 \\ 7x+4y\qquad =18 \end{cases}$$

Così il sistema è in FORMA NORMALE

$$\begin{matrix} (2) \\ (1) \\ (3) \end{matrix}\begin{cases} -y=-4x+4z+7; \quad y=4x-4z-7 \\ 2x-3(4x-4z-7)-2z=1 \\ 7x+4(4x-4z-7)=18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=4x-4z-7 \\ 2x-12x+12z+21-2z=1 \\ 7x+16x-16z-28=18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=4x-4z-7 \\ -\cancel{10}x+\cancel{10}z=-\cancel{20}^{\,2} \\ 23x-16z=46 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=4x-4z-7 \\ z=x-2 \\ 23x-16(x-2)=46; \ \dots \ x=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ z=2-2=0 \\ y=8-0-7=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$$

♥ **Coi sistemi in tre o più incognite è più che mai RACCOMANDATA la comoda VERIFICA FINALE sostituendo nel sistema di partenza. TUTTE le equazioni dovranno essere verificate dai valori trovati!**

PRIMO OBIETTIVO:
PORTARE IN "FORMA NORMALE" !!!

♥ Ricordiamo (è davvero importante!) che quando si deve risolvere un sistema di equazioni, quasi sempre conviene **innanzitutto portarlo in "FORMA NORMALE"**.

Insomma, **in ciascuna equazione** si farà in modo di avere:
a 1° membro, un termine per ogni incognita presente;
a 2° membro, il termine noto;
il tutto, SENZA DENOMINATORI.

COME SI APPLICA IL METODO DI SOSTITUZIONE CON PIU' INCOGNITE

Si isola un'incognita da una qualsiasi delle n equazioni e poi **si va a sostituire** nelle $n-1$ equazioni restanti l'espressione che si è ottenuta a secondo membro.
Si perviene così ad un "**sottosistema**" di $n-1$ equazioni in $n-1$ incognite.

Iterando (= ripetendo) eventualmente **il procedimento** su questo sotto-sistema, si può abbassare progressivamente il numero delle equazioni e delle incognite su cui lavorare, fino ad ottenere **un'equazione con un'incognita sola**.

- Esempio 2

$$\begin{cases} x+2y+3z=5 \\ 3x+2y+z\ =5 \\ 5x+4y+4z=11 \end{cases}$$

Questo sistema è già in FORMA NORMALE

$$\begin{cases} x=5-2y-3z \\ 3(5-2y-3z)+2y+z\ =5; \ \dots; \ -4y-8z=-10; \\ 5(5-2y-3z)+4y+4z=11; \ \dots; \ -6y-11z=-14; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=5-2y-3z \\ 2y+4z=5 \\ 6y+11z=14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=5-2y-3z \\ y=\dfrac{5-4z}{2} \\ \cancel{6}^{\,3}\cdot\dfrac{5-4z}{\cancel{2}}+11z=14; \ \ 15-12z+11z=14; \ -z=-1; \ \ z=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=1 \\ y=\dfrac{5-4}{2}=\dfrac{1}{2} \\ x=5-1-3=1 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x=1 \\ y=\dfrac{1}{2} \\ z=1 \end{cases}$$

- Esempio 3

Col sistema seguente opereremo ancora sostanzialmente per **sostituzione**, ma con una **variante**.

$$\begin{cases} a-2b=2 \\ b+c=-3 \\ d-b=3 \\ b+2e=1 \\ a+b+c+d+e=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a=2+2b \\ c=-3-b \\ d=3+b \\ e=\dfrac{1-b}{2} \\ 2+2b\cancel{+b}\cancel{-3}\cancel{-b}\cancel{+3}+b+\dfrac{1-b}{2}=0; \ \dots \ ; \ b=-1 \end{cases} \qquad \begin{cases} a=2-2=0 \\ b=-1 \\ c=-3-(-1)=-3+1=-2 \\ d=3-1=2 \\ e=\dfrac{1-(-1)}{2}=\dfrac{1+1}{2}=\dfrac{2}{2}=1 \end{cases}$$

Avendo notato che tramite le prime 4 equazioni
le 4 incognite *a*, *c*, *d*, *e* potevano essere facilmente espresse per mezzo della sola *b*,
abbiamo operato di conseguenza, col vantaggio che, sostituendo poi nell'ultima equazione, questa si è immediatamente ridotta a contenere un'unica incognita. E vai!