

## 6. SISTEMI CON PIU' DI DUE INCOGNITE: METODO DI RIDUZIONE

□ Esempio 1

$$2 \cdot \begin{cases} 2x - 3y - 2z = 1 \\ 4x - y - 4z = 7 \\ 7x + 4y + 3z = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 6y - 4z = 2 \\ 4x - y - 4z = 7 \\ 7x + 4y + 3z = 18 \end{cases}$$

$$(1) - (2) \begin{cases} -5y = -5; & y = 1 \\ 2x - 3y - 2z = 1 \\ 7x + 4y + 3z = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ 2x - 3 - 2z = 1 \\ 7x + 4 + 3z = 18 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1 \\ \cancel{2x} - \cancel{2z} = \cancel{4} - 2 \\ 7x + 3z = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = z + 2 \\ 7(z + 2) + 3z = 14; & z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

### ♥ L'INCOLONNAMENTO

□ Esempio 2



dei termini con la stessa incognita dà veramente una marcia in più al metodo di riduzione

$$\begin{cases} 2y + 3z = 4 \\ 3x + 2y + z = 8 \\ 5x + 4y + 4z = 16 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Per prima cosa,} \\ \text{metto} \\ \text{in colonna ...} \end{array}$$

$$\begin{cases} 2y + 3z = 4 \\ 3x + 2y + z = 8 \\ 5x + 4y + 4z = 16 \end{cases}$$

$$(1) + (2) - (3) \begin{cases} -2x = -4; & x = 2 \\ 2y + 3z = 4 \\ 3x + 2y + z = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ 2y + 3z = 4 \\ 6 + 2y + z = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ 2y + 3z = 4 \\ 2y + z = 2 \end{cases}$$

$$(2) - (3) \begin{cases} x = 2 \\ 2z = 2 \\ 2y + z = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ z = 1 \\ \dots & y = 1/2 \end{cases}$$

### NOTA: cos'è una "combinazione lineare"

Si dice "combinazione lineare" una somma algebrica i cui termini sono oggetti matematici della stessa specie, ciascuno moltiplicato per un suo coefficiente. Gli "oggetti" in questione potranno essere vettori, equazioni, funzioni, ecc. ecc. ecc.: si possono "combinare linearmente" tutte le entità per le quali abbia senso parlare

(I) di somma

(II) e di moltiplicazione per un coefficiente.

Il risultato della combinazione lineare sarà ancora un oggetto della stessa specie.

Ad esempio,  $3\vec{v} + 4\vec{w}$  o  $-\vec{v} + 0,3\vec{w}$

sono due fra le infinite possibili combinazioni lineari dei due vettori  $\vec{v}, \vec{w}$ .

### COME SI APPLICA IL METODO DI RIDUZIONE CON PIU' INCOGNITE

Si tratta di coinvolgere 2 o più equazioni in addizioni o sottrazioni membro a membro, eventualmente dopo aver moltiplicato una o più di queste equazioni per opportuni coefficienti (*combinazione lineare* delle equazioni: vedi NOTA in fondo alla pagina), con lo scopo di pervenire ad un'equazione con 1 sola incognita, o, almeno, di rendere più semplice il sistema.

□ OCCHIO AL "RECUPERO" delle equazioni!

♥ Se un'equazione non è stata coinvolta nelle addizioni o sottrazioni, è **OBBLIGATORIO** recuperarla.

□ Almeno in generale, qualunque sia il metodo di risoluzione, se il sistema conteneva inizialmente  $n$  equazioni, occorre procedere ad ogni passaggio sempre con  $n$  equazioni. Vedremo più avanti (pag. 400) casi che fanno eccezione.

□ Dopo aver iniziato a risolvere per riduzione, si può proseguire indifferentemente ancora con riduzione, oppure con sostituzione.

□ Esempio 3

$$\begin{cases} 3x + 4y + 6z = 7 \\ 4x + 6y + 7z = 8 \\ 3x + 5y + 7z = 9 \end{cases}$$

$$(3) - (1) \begin{cases} y + z = 2 \\ (2) - (3) \begin{cases} x + y = -1 \\ (1) \begin{cases} 3x + 4y + 6z = 7 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

dopodiché, avendo semplificato parecchio il sistema dato, potremo procedere tranquillamente per sostituzione.

□ Esempio 4

Concludiamo con un sistema "notevole", molto particolare (il "sistema delle somme a due a due"):

$$\begin{cases} (1) \begin{cases} x + y = 1 \\ (2) \begin{cases} y + z = 11 \\ (3) \begin{cases} x + z = 6 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Mi conviene innanzitutto INCOLONNARE ...

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 11 \\ x + z = 6 \end{cases}$$

dopodiché sommo membro a membro le tre equazioni, ottenendo

$$2x + 2y + 2z = 18,$$

da cui, se divido per 2,

$$(4) \quad x + y + z = 9$$

A questo punto, dall'equazione (4), sottraggo una dopo l'altra le tre equazioni iniziali:

$$\begin{cases} (4) - (1) \begin{cases} x + y + z - (x + y) = 9 - 1; & z = 8 \\ (4) - (2) \begin{cases} x + y + z - (y + z) = 9 - 11; & x = -2 \\ (4) - (3) \begin{cases} x + y + z - (x + z) = 9 - 6; & y = 3 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$