

2. SCOMPOSIZIONE PER RACCOGLIMENTO DI UN FATTORE COMUNE (SI DICE PREFERIBILMENTE: “RACCOGLIMENTO A FATTOR COMUNE”)

Del raccoglimento a fattor comune abbiamo già parlato (a pag. 106), dicendo che si tratta sostanzialmente dell'applicazione della *proprietà distributiva in senso inverso*, “a ritroso”.

Data una somma algebrica i cui termini siano dei prodotti, se c'è un fattore che è comune a tutti questi prodotti, esso potrà essere “raccolto”, ossia: potrà essere scritto fuori da una parentesi, al cui interno si metterà quella somma algebrica la quale, moltiplicata per il numero scritto fuori, permette di riottenere l'espressione iniziale.

La somma algebrica che finisce fra parentesi sarà, evidentemente, ricavabile da quella di partenza, privando ciascun prodotto del fattore raccolto (=dividendo ciascun prodotto per il fattore raccolto).

□ Esempi:

$$5 \cdot 7 + 5 \cdot 8 + 5 \cdot 9 = 5 \cdot (7 + 8 + 9) = 5 \cdot 24 = 120$$

$$93 - 75 + 36 - 21 = 3 \cdot (31 - 25 + 12 - 7) = 3 \cdot 11 = 33$$

$$2^{12} - 3 \cdot 2^{10} = 2^{10} \cdot (2^2 - 3) = 2^{10} \cdot 1 = 1024$$

Riferendoci, ora, in special modo ai polinomi, diremo che

**dato un polinomio, se ci si accorge che tutti i suoi termini hanno un fattore comune, questo, volendo, si potrà “raccogliere”:
si scriverà allora il fattore comune trovato, si aprirà una parentesi e all'interno della parentesi si scriverà quel polinomio che, se viene rimoltiplicato per il monomio che sta fuori, riproduce il polinomio di partenza.**

□ Due esempi: $ab + ac + ad = a(b + c + d)$; $35x - 14y = 7(5x - 2y)$

In un polinomio, il massimo monomio che si può raccogliere è quello che

- ha come coefficiente il massimo comun divisore (M.C.D.) DEI COEFFICIENTI
- e contiene nella sua parte letterale solo le LETTERE COMUNI a tutti i termini del polinomio, ciascuna presa UNA SOLA VOLTA e con L'ESPONENTE PIU' BASSO.

Ecco una piccola rassegna di fattorizzazioni con questa tecnica:

a) $15x^4y - 35x^3y^3 + 30x^3y^4z = 5x^3y(3x - 7y^2 + 6y^3z)$

b) $t^5 + t^4 = t^4(t + 1)$

c) $6x - 12y + 9 = 3(2x - 4y + 3)$

d) $54x^4 - 36x^3 + 6x^2 = 6x^2(9x^2 - 6x + 1) = 6x^2(3x - 1)^2$

e) $50x^2 - 2 = 2(25x^2 - 1) = 2(5x + 1)(5x - 1)$

♥ **Di fronte a QUALUNQUE esercizio di scomposizione in fattori, la PRIMA COSA che conviene domandarsi è SEMPRE: “SI PUO' RACCOGLIERE UN FATTORE COMUNE?”**
E in caso affermativo, il raccoglimento a fattor comune è sempre il modo più “furbo” per avviare la scomposizione.

E' un SUGGERIMENTO DA AMICO!



Esempio: se mi vien dato da scomporre il polinomio $4x^4 - 40x^3 + 100x^2$,

io *potrei anche* scrivere $4x^4 - 40x^3 + 100x^2 = (2x^2 - 10x)^2$

ma successivamente constaterò che la base del quadrato è ancora scomponibile (si può raccogliere $2x$), e quindi dovrei continuare, nel modo seguente:

$$4x^4 - 40x^3 + 100x^2 = (2x^2 - 10x)^2 = [2x(x - 5)]^2 = 4x^2(x - 5)^2$$

MOLTO MEGLIO, quindi, iniziare con il raccoglimento a fattor comune e scrivere:

$$4x^4 - 40x^3 + 100x^2 = 4x^2(x^2 - 10x + 25) = 4x^2(x - 5)^2. \text{ Et voilà, senza complicazioni!}$$

ESERCIZI (raccolgimento a fattor comune)

- | | |
|---|---|
| 1) $3ax + 2bx$ | 2) $x^4 + 5x^3 + x^2$ |
| 3) $3x - 6y + 15$ | 4) $30a^4b - 12a^3b^3$ |
| 5) $6x^3yz^3 - 2x^3z^5 + 2x^2y^2z^4$ | 6) $t^3 - t$ |
| 7) $48a^2b^3 + 144a^2b^2c + 108a^2bc^2$ | 8) $5n^2 - 45$ |
| 9) $t^{n+3} + t^{n+1} + 4t^n$ | 10) $3ax^4y - 6ax^2y^3 + 3ay^5$ |
| 11) $16x^4 - 8x^3 + x^2$ | 12) $\frac{1}{7}a^2 + \frac{2}{7}a + \frac{1}{7}$ |
| 13) $ab + a^2b^2$ | 14) $ab + ac + bc$ |
| 15) $60n^5 - 15n^3$ | 16) $x^4y^4 - 3x^3y^3t + 3x^2y^2t^2 - xyt^3$ |
| 17) $6x^4 + 12x^2 + 6$ | 18) $a^{3x+2} + 2a^{2x+2}b^y + a^{x+2}b^{2y}$ |
| 19) $18bc^3d^3 - 24ac^2d^5$ | 20) $\frac{3}{4}a^2 - \frac{3}{2}ab + \frac{3}{4}b^2$ |
| 21) $\frac{3}{4}a^2 - \frac{27}{4}b^2$ | |

RISULTATI

- | | |
|--|---|
| 1) $x(3a + 2b)$ | 2) $x^2(x^2 + 5x + 1)$ |
| 3) $3(x - 2y + 5)$ | 4) $6a^3b(5a - 2b^2)$ |
| 5) $2x^2z^3(3xy - xz^2 + y^2z)$ | 6) $t(t+1)(t-1)$ |
| 7) $12a^2b(2b + 3c)^2$ | 8) $5(n+3)(n-3)$ |
| 9) $t^n(t^3 + t + 4)$ | 10) $3ay(x+y)^2(x-y)^2$ |
| 11) $x^2(4x-1)^2$ | 12) $\frac{1}{7}(a+1)^2$ |
| 13) $ab(1+ab)$ | 14) NON SCOMPONIBILE |
| 15) $15n^3(2n+1)(2n-1)$ | 16) $xy(xy-t)^3$ |
| 17) $6(x^2+1)^2$ | 18) $a^{x+2}(a^x+b^y)^2$ |
| 19) $6c^2d^3(3bc - 4ad^2)$ | 20) $\frac{3}{4}(a-b)^2$ oppure $3\left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b\right)^2$ |
| 21) $\frac{3}{4}(a+3b)(a-3b)$ oppure $3\left(\frac{1}{2}a + \frac{3}{2}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b\right)$ | |

♥ GIANNINO E LA "FALSA SCOMPOSIZIONE"

Il professore ha proposto a Giannino il seguente polinomio da scomporre:

$$a^2 + ab + 4b^2.$$

In realtà, l'insegnante ha sbagliato:

per distrazione, ha assegnato un polinomio che non è fattorizzabile!

Ma Giannino ci si mette di buona lena e alla fine scrive:

$$a^2 + ab + 4b^2 = a(a+b) + 4b^2$$

Eh no, Giannino!

Purtroppo questa NON è una scomposizione in fattori.

Sarebbe come dire che il numero 17 è scomponibile in $3 \cdot 5 + 2$.

Falso, $3 \cdot 5 + 2$ NON è una scomposizione in fattori, perché l'operazione da eseguire per **ultima** è un' **addizione** e **NON** una **moltiplicazione**.

