4. SCOMPOSIZIONE DI UN TRINOMIO DI SECONDO GRADO ax^2+bx+c

A) IL TRINOMIO "SPECIALE", ossia: quello con 1° coefficiente unitario $\boxed{x^2+bx+c}$

PREMESSA
Consideriamo l'operazione seguente: $(x+5)(x+6)=x^2+6x+5x+30=x^2+\underbrace{11}_{5+6}x+\underbrace{30}_{5\cdot 6}$

Abbiamo moltiplicato due binomi della forma: $(x+\textit{un numero})(x+\textit{un altro numero})$

e abbiamo ottenuto come risultato un trinomio di 2° grado con 1° coefficiente unitario (parleremo di trinomio "speciale"),
nel quale il coefficiente centrale è dato dalla **somma** dei due numeri in questione,
mentre il termine noto è uguale al loro **prodotto**.
Applicando il procedimento in senso inverso è possibile, in certi casi,
fattorizzare un trinomio "speciale" di 2° grado assegnato.

a) $x^2+16x+48$
Se riusciamo a trovare due numeri la cui **somma** sia 16 e il cui **prodotto** sia 48,
il trinomio dato sarà immediatamente scomposto.
I due numeri esistono, e sono il 4 e il 12.
Avremo dunque
$x^2+16x+48=(x+4)(x+12)$ (oppure $(x+12)(x+4)$: evidentemente, l'ordine non conta).
Svolgendo la moltiplicazione possiamo verificare la correttezza di quanto abbiamo scritto:
si ha proprio $(x+4)(x+12)=x^2\ \underline{+12x}\ \underline{+4x}+48=x^2+\underbrace{16}_{4+12}x+\underbrace{48}_{4\cdot 12}$, *OK*

b) $x^2-10x+21$
$s=-10,\ \ p=21$. I due numeri sono dunque -3 e -7. Perciò: $x^2-10x+21=(x-3)(x-7)$

c) $a^2-a-12=(a-4)(a+3)$ perché $s=-1,\ \ p=-12$ quindi i due numeri sono -4 e 3.

Riassumendo:

per scomporre un trinomio di 2° grado "speciale",
ossia con 1° coefficiente unitario,
cioè un trinomio della forma x^2+bx+c,
si cercheranno due numeri che diano
i) per somma il coefficiente centrale (b)
ii) e per prodotto il termine noto (c).
Trovati i due numeri, la scomposizione sarà immediata:
$(\boldsymbol{x+\textit{il 1° numero}})(\boldsymbol{x+\textit{il 2° numero}})$

♥ *Questa scomposizione interviene in svariatissimi ambiti matematici.*
Ti accorgerai che compare continuamente negli esercizi!
… Ma è facile:
(la lettera + il primo numero)
moltiplicato
(la lettera + il secondo numero).
Se poi ti abitui, almeno all'inizio, a ricontrollare ogni volta, rieseguendo la moltiplicazione fra i due binomi ottenuti e riducendo i termini simili, per vedere se in effetti si riottene il trinomio di partenza, non sbaglierai mai!

Schematicamente:

dato il trinomio "speciale" x^2+bx+c
se n_1, n_2 sono tali che $n_1+n_2=b$ e $n_1\cdot n_2=c$,
allora
$$x^2+bx+c=(x+n_1)(x+n_2)$$
perché
$$(x+n_1)(x+n_2)=x^2+n_1x+n_2x+n_1n_2=x^2+\underbrace{(n_1+n_2)}_{b}x+\underbrace{n_1n_2}_{c}=x^2+bx+c$$

Qualche altro esempio:

d) $x^2+5x-24=(x+8)(x-3)$ $\quad s=5,\ p=-24\ \rightarrow\ 8,\ -3$

e) $y^2+7y+6=(y+1)(y+6)$ $\quad s=7,\ p=6\ \rightarrow\ 1,\ 6$

f) $b^2-b-6=(b-3)(b+2)$ $\quad s=-1,\ p=-6\ \rightarrow\ -3,\ 2$

g) $a^3+a^2-2a=a(a^2+a-2)=a(a+2)(a-1)$ $\quad s=1,\ p=-2\ \rightarrow\ 2,\ -1$