

### C) VARIANTI DEL TRINOMIO “SPECIALE”

a)  $x^4 - 7x^2 + 12$  (TRINOMIO BIQUADRATICO)

**Esponenti raddoppiati**; trinomio che è detto “BIQUADRATICO”, per la presenza di due quadrati:  $x^2$  e  $x^4 = (x^2)^2$ .

Se riscriviamo nella forma

$$(x^2)^2 - 7x^2 + 12$$

osserveremo chiaramente come “**al posto di  $x$  abbiamo  $x^2$** ”.

**Basterà allora comportarsi come se il ruolo di  $x$  venisse preso da  $x^2$ !**

**E la scomposizione sarà immediata:**

$$(x^2 + \text{il } 1^\circ \text{ numero})(x^2 + \text{il } 2^\circ \text{ numero})$$

$$x^4 - 7x^2 + 12 = (x^2 - 3)(x^2 - 4) = (x^2 - 3)(x + 2)(x - 2)$$

Volendo, possiamo pensare a una sostituzione: poniamo

$$x^2 = t \text{ e } \dots$$

$$\begin{aligned} x^4 - 7x^2 + 12 &= \\ &= (x^2)^2 - 7x^2 + 12 = \\ &= t^2 - 7t + 12 = \\ &= (t - 3)(t - 4) = \\ &= (x^2 - 3)(x^2 - 4) \end{aligned}$$

b)  $x^6 - 5x^3 - 14 = (x^3 - 7)(x^3 + 2)$

Caso analogo al precedente: basta pensare di avere  $x^3$  al posto di  $x$

c)  $a^2 + 9ab + 20b^2$  (TRINOMIO DI 2° GRADO OMOGENEO)

Qui interviene **una seconda lettera, armoniosamente disposta**,

cosicché il trinomio risulta OMOGENEO

(= tutti i termini hanno lo stesso grado).

**Per scomporre, basta per un istante pensare che la seconda lettera ... non ci sia! Noi troveremo i due numeri, quindi scomporremo, e infine inseriremo la seconda lettera alla destra dei due numeri.**

$$a^2 + 9ab + 20b^2 = (a + 4b)(a + 5b)$$

Se non ci fosse  $b$ , avremmo

$$\begin{aligned} a^2 + 9a + 20 &= \\ &= (a + 4)(a + 5) \end{aligned}$$

Basta scrivere  $4b, 5b$  anziché  $4, 5$  e il gioco è fatto.

Esegui la moltiplicazione per controllare!

d)  $a^2b^2 + ab - 12 = (ab + 4)(ab - 3)$

Eccoci ritornati a una situazione in cui al posto di una singola lettera abbiamo un “blocco” (in questo caso,  $ab$ )

e)  $x^4 - 2x^2y^2 - 3y^4 = (x^2 + y^2)(x^2 - 3y^2)$

E' un caso “misto” (trinomio biquadratico omogeneo).

Nelle situazioni più complicate di quelle “standard” ci si affida all'intuizione ... e alla *verifica*, eseguita *rimoltiplicando*.

### D) VARIANTI DEL TRINOMIO “NON SPECIALE”

Sono facilissime in quanto si opera esattamente come per il trinomio non speciale standard:

- i) **ricerca dei due numeri (somma = coefficiente centrale, prodotto = prodotto fra gli altri due coeff.);**
- ii) **spezzamento del termine centrale;**
- iii) **raccoglimenti parziali.**

$$f) 2x^4 + x^2 - 3 = 2x^4 + 3x^2 - 2x^2 - 3 = x^2(2x^2 + 3) - (2x^2 + 3) = (2x^2 + 3)(x^2 - 1) = (2x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$$

$$g) 48a^2 - 14ab + b^2 = 48a^2 - 6ab - 8ab + b^2 = 6a(8a - b) - b(8a - b) = (8a - b)(6a - b)$$

#### UN UNICO PROCEDIMENTO PER IL TRINOMIO “SPECIALE” E IL “NON SPECIALE”?

La fattorizzazione di un trinomio di 2° grado parte sempre dalla “ricerca dei due numeri”; il criterio di ricerca è però diverso a seconda che il trinomio sia “speciale” (= con 1° coeff. unitario) o “non speciale”, e la procedura successiva è pure diversa (scomposizione immediata per il trinomio speciale, più passaggi per l'altro).

A dire il vero, **sarebbe possibile unificare i due procedimenti** e dire che, in entrambi i casi, si tratta di:

- i) cercare 2 numeri che devono dare per somma il coeff. centrale e per prodotto il prodotto fra il 1° e l'ultimo coeff. (nel caso del trinomio speciale, tale prodotto andrà a coincidere con l'ultimo coefficiente);
- ii) utilizzarli per spezzare il termine centrale nella somma algebrica di due termini;
- iii) procedere per raccoglimenti parziali.

Ad esempio, il trinomio speciale  $x^2 + 16x + 48$ , dopo aver trovato i due numeri, ossia 4 e 12, potrebbe essere scomposto facendo  $x^2 + 16x + 48 = x^2 + 4x + 12x + 48 = x(x + 4) + 12(x + 4) = (x + 4)(x + 12)$ .

Si capisce però che **tale procedimento, per il trinomio speciale, sarebbe più lungo:**

e data la frequenza con cui capita, in situazioni matematiche svariate, di dover scomporre un trinomio speciale, **vale decisamente la pena, per il trinomio speciale, di abituarti a scomporlo in un solo passaggio.**