

9. ESERCIZI SULLE FRAZIONI ALGEBRICHE

(clicca sulla freccia, se presente, per la correzione; risultati a pagina 265)

- 1) $\frac{1}{2} + \left(\frac{2x+1}{2x+4} - \frac{x^2+1}{x^2+4x+4} \right) \cdot \left(x+4 + \frac{4}{x} \right) \Rightarrow$
- 2) $\left(\frac{1}{a^2+3a+2} - \frac{1}{a^2+4a+3} \right) (a^2+5a+6) \Rightarrow$
- 3) $\left(\frac{a}{a^2-1} - \frac{a}{a^2+2a+1} \right) \cdot \frac{a^3+a^2-a-1}{a} \Rightarrow$
- 4) $\left(\frac{x}{x+4} + \frac{x+4}{x} - 2 \right) \left(\frac{x+4}{4} - 1 \right) \Rightarrow$
- 5) $\left(\frac{t+1}{t^2-t} + \frac{t-1}{t^2+t} \right) \cdot \frac{t^2-1}{2} - \frac{1}{t}$
- 6) $\left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a+3} \right) \cdot \frac{a^2+4a+3}{a+2}$
- 7) $\left(\frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x^2-1} \right) \cdot (x^3-x) + 1$
- 8) $\left(\frac{1}{y^2-4y} - \frac{8}{y^3-4y^2} + \frac{16}{y^4-4y^3} \right) : \left(\frac{1}{y^2} - 2 \cdot \frac{2}{y^3} \right) \Rightarrow$
- 9) $\left(\frac{n-2}{3n^2-12n+9} - \frac{1}{6n-18} \right) (6n-6) \Rightarrow$
- 10) $\left(\frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{x^2-x} \right) \cdot (x^2+x)$
- 11) $\frac{b-1}{b+1} \cdot \left(\frac{2b}{b^2+b-2} - \frac{1}{b+2} \right)$
- 12) $\frac{x^2-9}{x+4} \left(\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+5} \right) : 2$
- 13) $\left(\frac{1}{2}a + \frac{3}{2} \right) : \left(\frac{1}{a^2+2a+1} + \frac{1}{2a+2} \right)$
- 14) $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) : \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)$
- 15) $2 \left(\frac{x}{2x-4} + \frac{1}{x-2} \right) \cdot \frac{x-2}{x+2} - 1$
- 16) $\left(\frac{1}{x^3-x^2-x+1} - \frac{1}{x^3+x^2-x-1} \right) (x^2-1)^2 \Rightarrow$
- 17) $\left(\frac{a+4}{a-4} - \frac{a-4}{a+4} \right) \cdot \left(\frac{a}{16} - \frac{1}{a} \right)$
- 18) $\left(a \cdot \frac{5a+4}{4a^3-4a^2-a+1} - \frac{2a+1}{2a^2-3a+1} \right) \cdot (4a^2-1) \Rightarrow$
- 19) $\left(\frac{x}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} \right) \cdot \frac{x^2+2x}{x+1}$
- 20) $\left(\frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-5x+6} \right) \cdot (x^2-4x+3)$
- 21) $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) : \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right) - 2 \cdot \frac{y}{x-y}$
- 22) $\left(\frac{1}{4a-8} - \frac{1}{6a-12} \right) \cdot (12a^2-12a-24) - a \Rightarrow$
- 23) $\left(\frac{1}{x^2-9} - \frac{1}{x^2+x-6} \right) \cdot (x^3-2x^2-9x+18)$
- 24) $\frac{\frac{a-1}{a+1} - \frac{a+1}{a-1}}{\frac{1}{a+1} - 1} \Rightarrow$
- 25) $\frac{4ab}{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}} + b^2$
- 26) $\frac{b^3}{b^6+b^4+b^2+1} - \frac{1}{b^3+b^2+b+1} \cdot (b^8-1) + 1 \Rightarrow$
- 27) $\frac{\frac{a+1}{a-1} + 1}{\frac{a+1}{a-1} - 1}$
- 28) $\frac{\frac{1}{a-1} - \frac{1}{b-1}}{a-b} (ab-a-b+1)$
- 29) $\frac{(a+2b)^2}{\frac{a}{a+4b} + \frac{b}{a+3b}}$
- 30) $\frac{a+b + \frac{1}{a-b}}{a-b + \frac{1}{a+b}}$
- 31) $\frac{\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} + 2}{\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} - 2}$
- 32) $\frac{a^2+2ab+b^2+c^2+2ac+2bc}{\frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc}}$
- 33) $\frac{\frac{1}{ab} - \frac{1}{ac} \cdot \frac{a}{b} - 1}{\frac{1}{ac} - \frac{1}{bc} \cdot \frac{a}{b} - 1}$
- 34) $\frac{\frac{a+b}{a-b} - \left(\frac{a+b}{a-b} \right)^2}{\frac{a+b}{a-b} - 1}$
- 35) $\frac{\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} - \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 1}{\left(\frac{a}{b} \right)^2 - 1}$
- 36) $\left[\frac{(a-b)^2}{2} + ab \right] : \left(\frac{a-b}{2a+2b} + \frac{b^2}{a^2+b^2+2ab} \right)$

$$37) \frac{2}{x+1} - \left(\frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{x^2+1} \right) \cdot (x^3 - x^2 + x - 1)$$

$$39) \frac{3}{t^4+5t^2+4} - \frac{2}{t^4+4t^2+3} - \frac{1}{t^4+7t^2+12}$$

$$41) \left(\frac{3x-1}{2} + \frac{2}{3x-1} - 2 \right) : (3x-3)^2$$

$$43) \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-4} \right) \right]^2 \left(\frac{x^2+8x+16}{2} \right)^2 \Rightarrow$$

$$45) \frac{\frac{n+5}{n^2+2n-8} - \frac{n+4}{n^2+3n-10}}{6n+27}$$

$$47) \frac{1 - \frac{a^2}{x^2}}{1 + \frac{a^2}{x^2} + 2\frac{a}{x}} - 1$$

$$49) \frac{1}{4+t} + \frac{1}{4-t} - \frac{24-t^2}{16-t^2}$$

$$51) \frac{1}{2x^2-7x+6} + \frac{1}{2-x}$$

$$53) \frac{\left(\frac{a-1}{a-3} - \frac{a-8}{a-6} \right) (a^2-9a+18)}{9-2a}$$

$$55) 1 + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{n}{n^2-1} \right) (n^4-2n^2+1) \Rightarrow$$

$$57) \left(\frac{1}{a^2-2ab-3b^2} + \frac{1}{2b^2+ab-a^2} \right) \cdot (6ab^2-5a^2b+a^3) \Rightarrow$$

$$38) \frac{1}{\left(\frac{x}{x^2-3xy+2y^2} + \frac{1}{2y-x} \right) \left(\frac{x}{y} - 2 \right)} + y \Rightarrow$$

$$40) \frac{\left(\frac{1}{t+1} + 1 \right)^2}{1 - \frac{1}{t+1}} \cdot (t^3+3t^2+2t)$$

$$42) 3 \left(\frac{x}{3x-6} - \frac{x}{x^2-x-2} \right) \cdot (x^2+x^1+x^0+x^{-1}) - x^2 \Rightarrow$$

$$44) \left(\frac{1}{a^2-2a+1} - \frac{1}{a^2+2a+1} \right) \cdot \frac{a^4-2a^2+1}{4} \Rightarrow$$

$$46) \frac{a + \frac{1}{a} + 1}{a + \frac{1}{a} - 1} \cdot \frac{a^4+a}{a^4-a} + \frac{a^4-3a^3}{a^4-a^3}$$

$$48) \left(\frac{1}{4a+8} + \frac{1}{6a-12} \right) \cdot \frac{12a^2-48}{2-5a}$$

$$50) \left[6 \left(\frac{\frac{1}{2}a}{a-b} + \frac{\frac{1}{3}a}{b-a} \right) + \frac{ab^3}{a^4-ab^3} \right] \cdot \left(a+b - \frac{ab}{a+b} \right) \Rightarrow$$

$$52) \frac{\frac{y+1}{y-1} + \frac{2}{(1-y)^2} + 1}{1-y+y^2} \Rightarrow$$

$$54) \frac{2}{(x-1)^3} + \frac{x+1}{(1-x)^3}$$

$$56) 1 + \left[\frac{1}{(n-1)(n^2+n+1)} - \frac{n}{n^4-1} \right] \left[n^3 + (n^2+1)^2 + n \right] \Rightarrow$$

$$58) k \cdot \frac{1 - \frac{k^2+6}{k^2+5k+6}}{\frac{k-2}{k+3} - \frac{k-3}{k+2}}$$



“A Mesa Creek Valley rancher's daughter en route to school”

La ragazza in groppa al suo asinello si congeda dalla madre per andare a scuola. Colorado, anno 1898.

Foto di George B. Sudworth
(the National Archives and Records Administration NARA)

$$59) \left(\frac{1}{t^2 - 4t + 3} - \frac{1}{3t^2 - 2t - 1} \right) : \left(1 + \frac{3}{t-1} \right) \cdot (3t^3 + t^2 - 27t - 9) - 6$$

$$60) \left(\frac{1 - \frac{5}{a^2} + \frac{4}{a^4}}{1 - \frac{10}{a^2} + \frac{9}{a^4}} - 1 \right) \cdot \frac{a^2 - 9}{5}$$

$$61) (ab - 1) \left(\frac{b+1}{a^2b - ab - a + 1} - \frac{a+1}{ab^2 - ab - b + 1} \right) \cdot \frac{1 - \frac{1}{b} - \frac{1}{a} + \frac{1}{ab}}{\frac{b}{a} - \frac{a}{b}}$$

$$62) \frac{1}{2 \cdot \frac{x}{x^2 - 4} - \frac{1}{x - 2}} - 2$$

$$63) \left(\frac{x+1}{2x^2 - 3x + 1} - \frac{3}{x^2 - 1} \right) \cdot \frac{2x^3 - x^2 - 2x + 1}{(x-2)^2}$$

$$64) \left[1 - \left(1 - \frac{5}{t} + \frac{6}{t^2} \right) \cdot \left(\frac{t}{t-2} \right)^2 \right] (t-2)$$

$$65) \left(\frac{x+2}{x^3 - 8} - \frac{1}{x^2 + 2x + 4} \right) \left(\frac{x}{4} - \frac{1}{2} \right) \Rightarrow \text{Una differenza di cubi si scompone con la formula } a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$66) \frac{\frac{a-b}{a+b} - \frac{1}{a^2 - b^2}}{a - (b-1)} \cdot (a^2 - b^2) + b + 1$$

$$67) \frac{4 - \frac{b^2}{a^2}}{1 + 4 \frac{b^2}{a^2}} \cdot \frac{1 + 5 \frac{b^2}{a^2} + 4 \frac{b^4}{a^4}}{4 + 3 \frac{b^2}{a^2} - \frac{b^4}{a^4}}$$

$$68) \left(\frac{1}{x^2y^2 + 1} - \frac{1}{x^2y^2 + 2} \right) \cdot (x^4y^4 + 3x^2y^2 + 2) - 1$$

$$69) \left(1 - \frac{3a^2 - 4a + 1}{a^2 - 3a + 2} \right) (2 - a) - 2a$$

$$70) \left(\frac{1}{m^2 - 4m + 3} - \frac{1}{m^2 - 3m + 2} \right) (m^3 - 6m^2 + 11m - 6) \quad \text{Ruffini}$$

$$71) \text{ Semplifica: } \frac{2x^3 + 7x^2 + 4x - 4}{x^3 + 2x^2 - 4x - 8}$$

$$72) \frac{a^4 + 2a^3 - 2a - 1}{a^3 - 3a - 2} - 1 \Rightarrow$$

$$73) \frac{a^4 + a^3 + 4a}{a^4 + 4a^3 + 4a^2} \Rightarrow$$

$$74) \left(\frac{\frac{b}{a^2 - b^2 - 2b - 1} + \frac{1}{a^2 + ab + a}}{\text{differenza di quadrati}} \right) \left(\frac{a^2}{b+1} - a \right) \Rightarrow$$

$$75) \left(1 + \frac{1 + \frac{1}{x}}{x} \right) \left(1 + \frac{1 - \frac{1}{x}}{x} \right) : (x^4 + 2x^3 + x^2 - 1)$$

$$76) \left(x \cdot \frac{x^3 - 5x^2 + 11x - 10}{2x^2 - 3x - 2} - 1 \right) \cdot \left(-2 - \frac{3}{x-1} \right)^2 - 2x^2 \Rightarrow$$

$$77) \frac{(x+1)^4 - (x-1)^4}{\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} - 1}$$

$$78) \left(\frac{1}{x^2 + x - y^2 + y} + \frac{1}{y^2 - x^2 - 1 - 2x} \right) \cdot (x^2 + 2xy + y^2 + x + y)$$

$$79) \frac{\frac{b+1}{b^{-1} + b^{-2}} + \frac{2-b}{1-b}}{\frac{b^{-3} + b^{-4}}{b^{-3} + b^{-4}} - 1}$$

$$80) \left[\frac{b^4}{a(a-b)^2} - a \cdot \left(\frac{a}{b-a} \right)^2 \right] : (a^3 - a^{-1}b^4) + \frac{1}{(a-b)^2} \Rightarrow$$

$$81) \left[\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{(1-x)^3} \right] \cdot \frac{(1-x)^2}{x^3 + 1}$$

$$82) \frac{\frac{1+k^2}{1-k^2} + 2 \cdot \frac{k^2}{k^4-1}}{2k \cdot \frac{k^3}{1-k^4} + 1}$$

$$83) \frac{\frac{2}{a^3 - a^2} - \frac{2}{a^3 - a}}{2} \cdot (a^4 - a^2)$$

$$84) \left(\frac{2b^2}{4b^2 - 1} - 4 \cdot \frac{\frac{b}{2} - 0,25}{4b + 2} \right) \cdot \left(\frac{1}{4b-1} - 1 \right)$$

$$85) \frac{(12 - 12c^2) \cdot \left[(3c-3)^{-1} - (6c+6)^{-1} \right]}{c+3}$$

$$86) d^2 \cdot \left(\frac{2}{d^2 - 8d + 15} + \frac{1}{2d + 15 - d^2} \right) \cdot \left[1 - \left(\frac{3}{d} \right)^2 \right] - 1$$

$$87) \frac{\frac{1-m}{9-m^2}}{2} + \frac{1}{(m-2)(m+2) - 5} + \frac{1}{m+3}$$

$$88) \frac{1}{p} \left(\frac{1+p}{1-p} \right)^2 - \frac{4}{p^2 - 2p + 1} + \frac{p+1}{p^3 - p} + \frac{1}{1-p}$$

RISULTATI degli esercizi sulle frazioni algebriche

- 1) 3 2) $\frac{1}{a+1}$ 3) 2 4) $\frac{4}{x+4}$ 5) t 6) 2 7) $2x$ 8) 1 9) 1 10) $-\frac{1}{x-1} = \frac{1}{1-x}$
 11) $\frac{1}{b+2}$ 12) $\frac{x-3}{x+5}$ 13) $(a+1)^2$ 14) $a+b$ 15) 0 16) 2 17) 1 18) $a+1$ 19) 1
 20) 2 21) 1 22) 1 23) 1 24) $\frac{4}{a-1}$ 25) a^2 26) b^3 27) a 28) -1 29) $(a+4b)(a+3b)$
 30) $\frac{a+b}{a-b}$ 31) $\frac{a^2}{b^2}$ 32) $abc(a+b+c)$ 33) -1 34) $\frac{b+a}{b-a}$ 35) 0 36) $(a+b)^2$ 37) 0
 38) x 39) 0 40) $(t+2)^3$ 41) $\frac{1}{2(3x-1)}$ 42) 1 43) $\frac{(x+4)^2}{(x-4)^2}$ 44) a 45) $\frac{1}{3(n-2)(n+4)(n+5)}$
 46) 2 47) $-\frac{2a}{x+a}$ 48) -1 49) -1 50) $\frac{a^2+b^2}{a-b}$ 51) $-\frac{2}{2x-3} = \frac{2}{3-2x}$ 52) $\frac{2}{(y-1)^2}$ 53) -2
 54) $-\frac{1}{(x-1)^2}$ 55) n^2 56) $\frac{n^2}{(n+1)(n-1)}$ 57) $\frac{ab}{a+b}$ 58) k^2 59) $2t$ 60) 1 61) 1 62) x
 63) 1 64) 1 65) $\frac{1}{x^2+2x+4}$ 66) a 67) 1 68) 0 69) 1 70) 1 71) $\frac{2x-1}{x-2}$ (Ruffini; racc. parz.)
 72) $\frac{a^2-a+1}{a-2}$ 73) $\frac{a^2-a+2}{a(a+2)}$ 74) $\frac{a-1}{a+b+1}$ 75) $\frac{1}{x^4}$ 76) $-(x+1)$ 77) $-8x(x+1)(x-1)$ 78) $\frac{1}{x-y+1}$
 79) 1 80) 0 81) $\frac{1}{(x-1)(x+1)}$ 82) 1 83) 1 84) $-\frac{1}{2b+1}$ 85) -2 86) $\frac{14}{d-5}$ 87) 1 88) 0

SIMULAZIONE DI VERIFICA 1 con correzione se clicchi sulla freccia ➡**TEMPO:** 60' **PUNTEGGIO:** 1 punto per esercizio, sufficienza con 4 punti

- 1) $\frac{\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b}}{\frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b}} - \frac{b}{a}$ 2) $\frac{1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} - 1$ 3) $\frac{\frac{k-2}{k+2} + \frac{k+2}{k-2} + 2}{\frac{k-2}{k+2} + \frac{k+2}{k-2} - 2} - \left(\frac{k}{2}\right)^2$
 4) $\left(\frac{2}{x-y} + \frac{x}{xy-y^2} + \frac{y}{x^2-xy}\right) \cdot \frac{x^2y-xy^2}{(x+y)^2}$ 5) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{t^3+t^2-t-1} - \frac{1}{t^3+3t^2+3t+1}\right) (t^2-1)^2$
 6) $\left[\frac{x+2y}{x^2-5xy+6y^2} + \frac{x-2y}{(x+2y)(3y-x)}\right] \cdot (4y^2-x^2)$ 7) Semplifica: $\frac{x^3+4x^2+4x+1}{x^3+8x^2+8x+1}$

SIMULAZIONE DI VERIFICA 2 con correzione se clicchi sulla freccia ➡**TEMPO:** 60' **PUNTEGGIO:** 1 punto per esercizio, sufficienza con 4 punti

- 1) $\left(\frac{2}{a+b} + \frac{2}{a-b} - \frac{3a}{a^2-b^2}\right) \left(a - \frac{b^2}{a}\right)$ 2) $\frac{\frac{b+3}{b-3} - \frac{b-3}{b+3} - 2}{1 - \frac{b-3}{b+3}} \cdot \frac{b}{b-3}$ 3) $\frac{a\left(\frac{a+1}{a^2-a} + \frac{a-1}{a^2+a}\right)}{2}$
 4) $\left(\frac{1}{a^2+a-2} - \frac{1}{2a^2-a-1}\right) \cdot (2a^2+5a+2)$ 5) $\left(\frac{1}{x^2+4x-12} - \frac{1}{x^2+12x+36}\right) \cdot \frac{x^2-36}{16} \cdot (2x-4)$
 6) $\left[\frac{2x-5}{x^3-2x^2-x+2} - \frac{x-1}{(1+x)(2-x)}\right] \cdot \frac{(1-x)^2}{x+2}$ 7) Semplifica: $\frac{x^3+2x^2-1}{xy^2+x^2+y^2-1}$