

## 1.2 - ASSIOMI E TEOREMI

### PROPOSIZIONE:

sinonimo di “**affermazione**”,  
“**frase che asserisce qualcosa**”.

Studia  
con impegno  
la  
Geometria!



Oltre che elegante ed attraente di per sé,  
nonché ricchissima di applicazioni,  
essa è una palestra **formidabile** per  
potenziare le tue capacità logiche generali.

“**ASSIOMA**” (o “**postulato**”): diciamo che gli “**assiomi**” sono  
**quelle proposizioni talmente semplici e ovvie che non possono essere dimostrate a partire da affermazioni ancora più semplici, e pertanto vengono accettate per vere senza dimostrazione.**

In realtà, la matematica moderna ha ampiamente rivisto questo modo di concepire gli “**assiomi**”,  
finendo per assegnare al termine “**assioma**” il significato più generale di “**affermazione col ruolo di premessa in una teoria**”, e facendo distinzione fra i due termini “**assioma**” e “**postulato**”.

Anche l’idea di “**concetti primitivi**” ha subito una radicale revisione critica.

Ma il discorso diventerebbe davvero troppo articolato e profondo; può andar bene, per ora, quanto detto.

Alla base della Geometria si pongono diversi assiomi. Ne elenchiamo alcuni; altri ne aggiungeremo in seguito.

- **Assioma: Lo spazio contiene infiniti piani**
- **Assioma: Un piano contiene infinite rette**
- **Assioma: Una retta contiene infiniti punti**
- **Assioma: Per due punti distinti passa una e una sola retta**
- **Assioma: Per 3 punti non allineati (cioè, non giacenti su di una stessa retta) passa uno e un solo piano**
- **Assioma: Se due punti di una retta appartengono a un dato piano, allora la retta giace su quel piano, nel senso che tutti i punti della retta appartengono a quel piano**

La Geometria trattata in queste lezioni si riferisce sostanzialmente alla mirabile, immortale opera intitolata  
“**Elementi**”, redatta dal matematico **Euclide** di Alessandria intorno all’anno **300 a.C.**

Uno studio dei “**fondamenti**” della Geometria, che fosse condotto in modo logicamente impeccabile, metterebbe  
in luce diverse questioni intellettualmente stimolanti, ma anche parecchio complicate.

Questa riflessione più accurata costringerebbe a riconfigurare tutto il discorso sugli “**assiomi**”, per rispondere a  
esigenze di: 1) completezza; 2) “**economia**”; 3) “**formalizzazione**”; 4) apertura a possibili generalizzazioni.

Tuttavia, dal punto di vista didattico, queste esigenze sarebbero - a parere di chi scrive - inutilmente pesanti e  
paralizzanti, per un primo approccio alla Geometria. Preferiamo dunque semplificare un poco la trattazione,  
ritenendo che lo studente appassionato possa riprendere e perfezionare il discorso sui “**Fondamenti**” in una fase  
successiva, magari interessandosi alle “**geometrie non euclidee**”, o alla revisione critica di **Hilbert** (1862-1943).

**TEOREMA: proposizione che, contrariamente agli assiomi, può essere dimostrata,**  
cioè giustificata mediante un’opportuna sequenza di ragionamenti.

**Nel corso della dimostrazione di un teorema è possibile sfruttare:**

- ❑ **gli assiomi**
- ❑ **i teoremi già dimostrati in precedenza.**

In un teorema distinguiamo

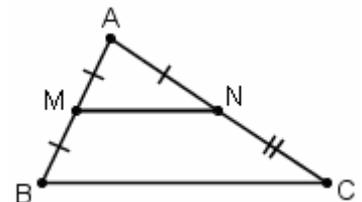
l’ “**ipotesi**” (abbreviazione: **HP**, dal greco *hypóthesis*) e la “**tesi**” (**TH**, *thésis*).

- ❑ L’**ipotesi** è l’insieme delle premesse da cui partiamo  
(in altre parole **l’ipotesi è ciò che supponiamo di conoscere in partenza**),
- ❑ mentre **la tesi è ciò che vogliamo dimostrare.**

Ecco un esempio.

**Teorema:** In ogni triangolo, il segmento che congiunge i punti di mezzo di due lati è parallelo al terzo lato

- ❑ L’ **Ipotesi** (HP) è:
  - ho un triangolo ABC;
  - prendo il punto medio M di  $\overline{AB}$  e il punto medio N di  $\overline{AC}$ ;
  - traccio il segmento  $\overline{MN}$
- ❑ La **Tesi** (TH) è: la retta MN è parallela alla retta BC



**COROLLARIO:** teorema che è **immediata conseguenza** di un teorema precedente o di un postulato.

Esempio

- ❑ **Teorema:** La somma dei tre angoli interni di un triangolo è uguale a un angolo piatto
- ❑ **Corollario:** I due angoli acuti di un triangolo rettangolo, sommati, danno un angolo retto

**LEMMA:** teorema che, indipendentemente dal fatto di essere o meno interessante di per sé,  
è utile perché **consente di abbreviare la dimostrazione di un altro teorema successivo.**