

## 2.3 - I “CRITERI DI UGUAGLIANZA”; IL TRIANGOLO ISOSCELE

### TEOREMA (“1° Criterio di uguaglianza dei triangoli”)

**Se due triangoli hanno rispettivamente uguali due lati e l'angolo fra essi compreso, allora sono uguali.**

### 1° Criterio

Questo teorema afferma, in pratica, quanto segue.

Se la compagna di banco mi dice: “non sapevo cosa fare e ho ritagliato da un foglio di carta un triangolo con un lato di 10 cm, un altro lato di 12 cm, e l'angolo compreso di 45°”;

e la Segretaria mi dice: “sulla mia scrivania ho un fermacarte triangolare, con un lato di 10 cm, un altro lato di 12 cm, e l'angolo compreso di 45°”

allora io con assoluta sicurezza, senza bisogno di sapere nient'altro, posso affermare che i due triangoli sono uguali in tutto e per tutto, cioè congruenti, cioè perfettamente sovrapponibili: in particolare, posso esser certo che i due triangoli hanno rispettivamente uguali anche il lato rimanente e i due angoli rimanenti, ossia quegli elementi sui quali non mi era stata data nessuna informazione.

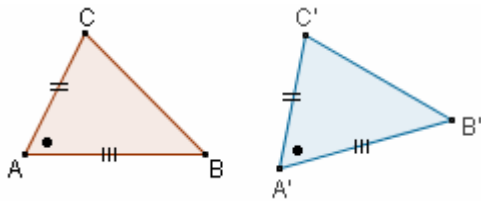
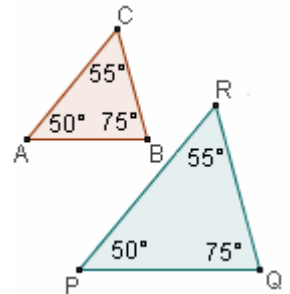
Per capire ancor meglio, facciamo un raffronto con la situazione seguente, che è invece **profondamente diversa**.

Di due triangoli, supponiamo di sapere che hanno i tre **angoli** rispettivamente uguali (ad es., sia l'uno che l'altro abbiano gli angoli che misurano: 50°, 75°, 55°).

Possiamo affermare con sicurezza che sono uguali, congruenti, sovrapponibili?

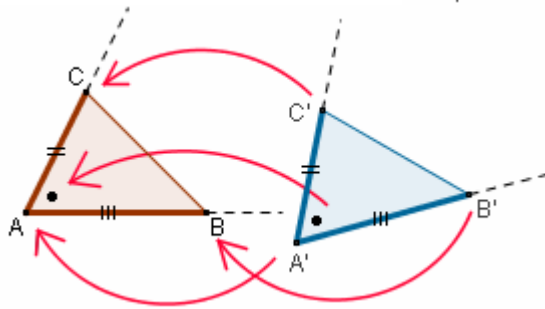
**No di certo!!!**

L'uguaglianza rispettiva dei tre angoli garantisce l'uguaglianza della “forma”, ma non la sovrapponibilità: infatti i due triangoli potrebbero essere uno l'ingrandimento dell'altro, come nella figura qui a fianco riportata.



**IPOTESI:**  $\overline{AB} = \overline{A'B'}$ ;  $\overline{AC} = \overline{A'C'}$ ;  $\hat{A} = \hat{A'}$

**TESI:**  $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$



### DIMOSTRAZIONE

Immaginiamo di **spostare, con un movimento rigido, tutto l'angolo  $\hat{A'}$**

(in questo modo ci porteremo dietro, in particolare, il triangolo  $\triangle A'B'C'$ ), così da incastrare perfettamente tale angolo nell'angolo  $\hat{A}$  (ciò è certamente possibile perché  $\hat{A} = \hat{A'}$  per ipotesi). Realizziamo l'“incastrò” in modo che la semiretta  $A'B'$  vada a posarsi sulla semiretta  $AB$ , e la semiretta  $A'C'$  sulla  $AC$ .

Nell'istante in cui l'angolo  $\hat{A'}$  “atterra” sull'angolo  $\hat{A}$ , con il punto  $A'$  che si posa sul punto  $A$ , la semiretta  $A'B'$  che atterra sulla semiretta  $AB$  e la semiretta  $A'C'$  che atterra sulla semiretta  $AC$ , avremo che:

- ✓ il punto  $B'$  andrà a sovrapporsi al punto  $B$ , in virtù dell'ipotesi  $\overline{A'B'} = \overline{AB}$ ;
- ✓ e il punto  $C'$  andrà a sovrapporsi al punto  $C$ , in virtù dell'ipotesi  $\overline{A'C'} = \overline{AC}$ .

Insomma, il movimento rigido cui abbiamo sottoposto l'angolo  $\hat{A'}$  e perciò il triangolo  $\triangle A'B'C'$ , ha portato: il punto  $A'$  sul punto  $A$ ; il punto  $B'$  sul punto  $B$ ; il punto  $C'$  sul punto  $C$ ; e pertanto ha fatto sovrapporre: il segmento  $\overline{A'B'}$  al segmento  $\overline{AB}$ ; il segmento  $\overline{A'C'}$  al segmento  $\overline{AC}$ ; il segmento  $\overline{B'C'}$  al segmento  $\overline{BC}$ . Quindi il contorno del triangolo  $\triangle A'B'C'$  si è sovrapposto perfettamente al contorno di  $\triangle ABC$ ; e ne consegue, com'è evidente, che si sono sovrapposte in modo da combaciare anche le rispettive parti interne.

Resta così provato che  $\triangle A'B'C'$  è perfettamente sovrapponibile, congruente, uguale, ad  $\triangle ABC$ , C.V.D.

### OSSERVAZIONE

♥ **Nell'enunciato del Primo Criterio è essenziale specificare il fatto che l'angolo di cui si parla sia quello COMPRESO fra i due lati considerati.**

Infatti, se due certi triangoli hanno rispettivamente uguali due lati ed un angolo, ma l'angolo non è quello compreso, allora non è detto che i due triangoli siano per forza uguali: potrebbero anche non esserlo, come mostra la figura qui a fianco.

In essa, i due triangoli  $\triangle PRS$ ,  $\triangle RSQ$  hanno uguali due lati ed un angolo:

$\overline{RP} = \overline{RQ}$ ;  $\overline{RS}$  in comune ( $\overline{RS} = \overline{RS}$ );  $\hat{S}$  in comune ( $\hat{S} = \hat{S}$ );

tuttavia, non sono affatto uguali. **L'angolo non è “quello compreso”!**

