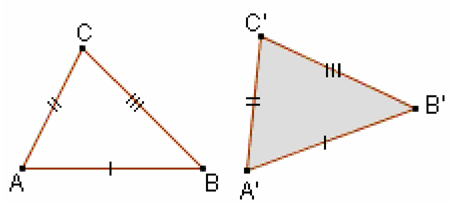
TEOREMA (“3° Criterio di uguaglianza dei triangoli”)
Se due triangoli hanno rispettivamente uguali i tre lati, allora sono uguali.

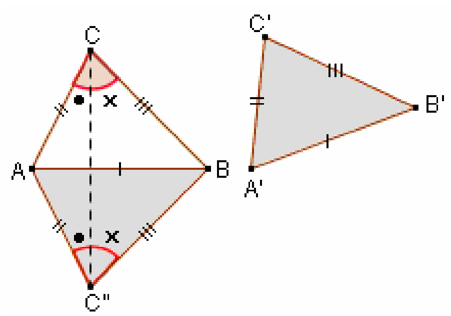
3° Criterio



HP $\overline{AB}=\overline{A'B'}$, $\overline{AC}=\overline{A'C'}$, $\overline{BC}=\overline{B'C'}$

TH $ABC=A'B'C'$

DIMOSTRAZIONE



Sottoponiamo il triangolo $A'B'C'$
ad un movimento rigido con ribaltamento,
in modo da portare il segmento $\overline{A'B'}$ sul segmento $\overline{AB}$
(ricordiamo che i due segmenti sono uguali per ipotesi),
con A' su A, B' su B
e C' all’interno del semipiano di origine AB e *non* contenente C.
Indichiamo con C'' la posizione che va così ad occupare il vertice C'.

In questo modo, insomma, abbiamo costruito lo “stampo” ABC'' del triangolo $A'B'C'$, che adesso possiamo anche pensare di riportare, con un altro movimento rigido, al posto che occupava inizialmente.

Tracciamo quindi la congiungente $\overline{CC''}$.

Consideriamo il triangolo ACC'': esso è isoscele (infatti $\overline{AC''}=\overline{A'C'}\underset{HP}{=}\overline{AC}$) e di conseguenza $A\hat{C}C''=A\widehat{C''}C$.

Anche il triangolo BCC'' è isoscele perché $\overline{BC''}=\overline{B'C'}\underset{HP}{=}\overline{BC}$; ne consegue $B\hat{C}C''=B\widehat{C''}C$. Ma allora gli angoli $A\hat{C}B$, $A\widehat{C''}B$ sono uguali perché somme di angoli uguali, come possiamo, volendo, illustrare…

♪ … tramite una catena:

$$A\hat{C}B=A\hat{C}C''+B\hat{C}C''=A\widehat{C''}C+B\widehat{C''}C=A\widehat{C''}B$$

Osserva che,
come in ogni catena ben impostata,
ogni “anello” è ricavato
a partire dall’ “anello” che lo precede!

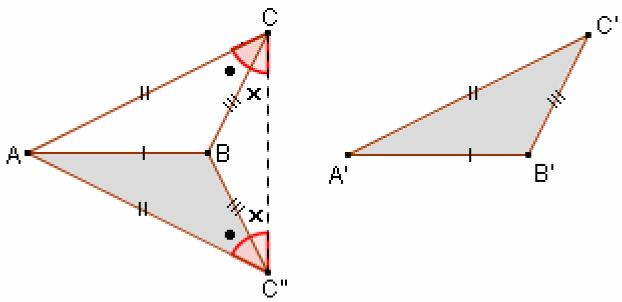
♫ … oppure sommando membro a membro due uguaglianze:

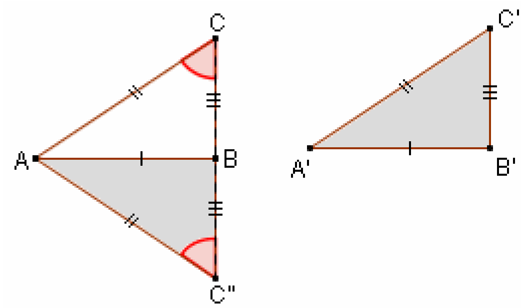
$$\begin{array}{c} A\hat{C}C''=A\widehat{C''}C \\ B\hat{C}C''=B\widehat{C''}C \\ \hline \underbrace{A\hat{C}C''+B\hat{C}C''}_{A\hat{C}B}=\underbrace{A\widehat{C''}C+B\widehat{C''}C}_{A\widehat{C''}B} \end{array}$$

Se ora confrontiamo i triangoli ABC e ABC'', possiamo dire che sono uguali per il 1° Criterio!!! Cosicché è pure $ABC=A'B'C'$, perché ABC'' era lo “stampo” di $A'B'C'$: $ABC=ABC''=A'B'C'$, **C.V.D. (forse …)**

… E INVECE NON E’ FINITA! …

In questo modo, infatti, la dimostrazione NON è del tutto completata. E perché mai, dirai tu, caro lettore?
Il fatto è che in certi casi la congiungente $\overline{CC''}$ potrebbe non attraversare il segmento $\overline{AB}$.
Allora il procedimento dimostrativo varierebbe un pochino:





$$\begin{array}{c} A\hat{C}C''=A\widehat{C''}C \\ B\hat{C}C''=B\widehat{C''}C \\ \hline \underbrace{A\hat{C}C''-B\hat{C}C''}_{A\hat{C}B}=\underbrace{A\widehat{C''}C-B\widehat{C''}C}_{A\widehat{C''}B} \end{array}$$

Se la congiungente $\overline{CC''}$ passa all’esterno di $\overline{AB}$, si procede per **differenza** di angoli uguali anziché per somma…

… mentre nel caso particolarissimo in cui $\overline{CC''}$ passa per un estremo di $\overline{AB}$, non è più necessaria né una somma, né una differenza; osservato che $\overline{AC''}=\overline{AC}\rightarrow A\hat{C}C''=A\widehat{C''}C$, basta confrontare direttamente i triangoli ABC, ABC", che risultano uguali per il 1° Criterio.

In **lingua Inglese**, i tre Criteri di uguaglianza dei triangoli hanno dei nomi davvero azzeccatissimi:

♥ The **Side-Angle-Side** Theorem **(SAS): 1° Criterio**
♥ The **Angle-Side-Angle** Theorem **(ASA): 2° Criterio**
♥ The **Side-Side-Side** Theorem **(SSS): 3° Criterio**