

3.7 - AIUTO PER IL RIPASSO, ESERCIZI (le risposte sono alla fine ... tienile coperte!)

1) Una dimostrazione “per assurdo” si effettua
(metti una crocetta sull'affermazione giusta)

- a) provando a negare l'ipotesi
- b) facendo vedere che la tesi è conseguenza dell'ipotesi
- c) provando a negare la tesi
- d) provando a negare sia l'ipotesi che la tesi

🎵 **ALTRI ESERCIZI
SUL CAPITOLO 3
A PARTIRE
DA PAGINA 336**

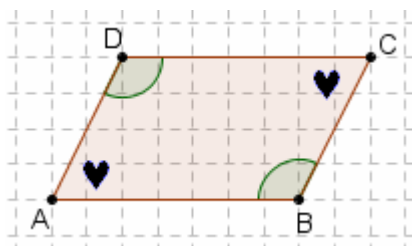
2) Metti una crocetta su quei teoremi nel cui ragionamento dimostrativo viene utilizzato il Postulato di Euclide:

- a) Teorema dell'angolo esterno in forma debole
- b) Teorema diretto sul parallelismo (la tesi è che le due rette siano parallele ...)
- c) Teorema inverso sul parallelismo (la tesi è che certi angoli sono uguali e certi altri supplementari ...)
- d) Teorema che esprime la proprietà transitiva del parallelismo
- e) Teorema dell'angolo esterno in forma forte

3) Metti una crocetta su quegli enunciati che sono dimostrabili come teoremi:

- a) Esistenza della perpendicolare per un punto dato a una retta data
- b) Unicità della perpendicolare per un punto dato a una retta data
- c) Esistenza della parallela per un punto dato a una retta data
- d) Unicità della parallela per un punto dato a una retta data

4) A Pierino viene richiesto di dimostrare che
se un quadrilatero ha gli angoli opposti uguali, allora ha anche i lati opposti uguali.
Pierino fa il disegno, scrive ipotesi e tesi, indica l'ipotesi sulla figura ...



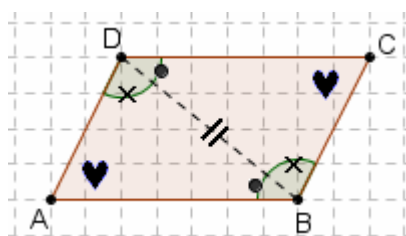
$$\begin{array}{ll} \text{HP} & \widehat{BAD} = \widehat{BCD} \\ & \widehat{ABC} = \widehat{ADC} \\ \text{TH} & \overline{AB} = \overline{DC} \\ & \overline{AD} = \overline{BC} \end{array}$$

... e dice: provo a fare una costruzione.

Traccio una diagonale (BD).

Ora, i due triangoli ABD e CDB sono uguali per il 2° Criterio perché hanno un lato in comune, e gli angoli adiacenti a quel lato uguali perché alterni interni.

Segue, in particolare, la tesi!



... Ma il professore piange
sommessamente in un angolo.
Perché mai?

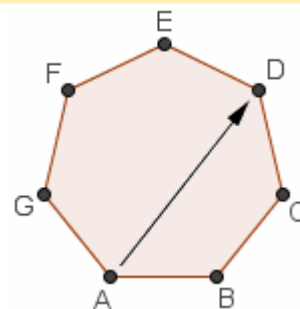


Errori simili sono fra le occasioni più frequenti per cui i professori possono piangere quando correggono le verifiche di Geometria.

5) Impegnativo, ma ottimo per il ripasso della teoria.

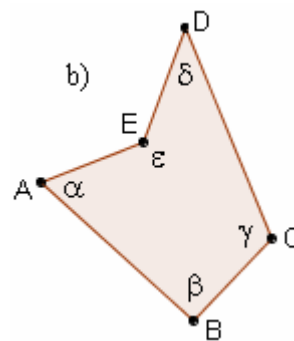
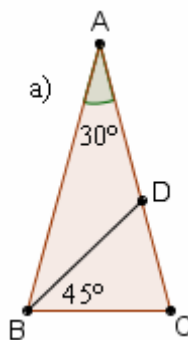
Nello schema qui a fianco, disegna una freccia dal punto X al punto Y qualora l'enunciato X intervenga (direttamente) nella dimostrazione dell'enunciato Y

- A: Teorema dell'Angolo Esterno in forma debole
- B: Teorema dell'Angolo Esterno in forma forte
- C: Teorema sulla somma degli angoli interni di un triangolo
- D: Se due rette formano con una trasversale due angoli alterni interni uguali, allora sono parallele
- E: Se due rette sono parallele, allora formano con ogni trasversale angoli alterni (interni ed esterni) uguali, corrispondenti uguali, eccetera
- F: Proprietà transitiva del parallelismo
- G: Postulato di Euclide

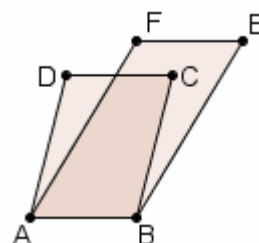


Ad es., ci vuole una freccia da A verso D perché nella dimostrazione di D si utilizza A

- 6) Il Teorema dell'Angolo Esterno in forma *debole* afferma che in ogni triangolo, ciascun angolo esterno è sempre maggiore di ciascun angolo interno ad esso non adiacente.
Viene successivamente dimostrato il Teorema dell'Angolo Esterno in forma *forte*, il quale dice che in ogni triangolo, ciascun angolo esterno è uguale alla somma dei due interni non adiacenti.
Ora, se è *uguale alla somma* ... ne consegue che è *maggiore di ciascuno di essi*.
Ma allora, perché non si parte direttamente dimostrando il Teorema dell'Angolo Esterno in forma *forte*, per poi dedurne quello in forma *debole* come conseguenza?
- 7) Quanto misura la somma degli angoli interni di un ottagono?
- 8) Se la somma degli angoli interni di un poligono vale 17640° , quanti lati ha quel poligono?
- 9) Nella figura a) il triangolo ABC è isoscele sulla base $\overline{BC}$, e l'angolo al vertice $\widehat{A}$ misura 30° , mentre $\widehat{CBD} = 45^\circ$.
Quanto misura $\widehat{BDC}$? Il triangolo ABD è anch'esso isoscele?
- 10) La somma degli angoli interni di un pentagono concavo come quello rappresentato in figura b) vale 3 angoli piatti, esattamente come se il poligono fosse convesso.
E' richiesto di dimostrarlo utilizzando il metodo seguente: dopo aver congiunto A con D, si imposta la catena $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = (\widehat{A} - \widehat{DAE}) + \beta + \gamma + (\widehat{D} - \widehat{ADE}) + \dots = \text{ecc.}$



- 11) Dimostra il teorema che dice "in due triangoli uguali le altezze relative a due lati rispettivamente uguali sono uguali" utilizzando il 2° Criterio Generalizzato.
- 12) Dimostra che un triangolo che abbia uguali fra loro due altezze è isoscele.
- 13) I due quadrilateri ABCD, ABEF nella figura riportata qui a destra $\rightarrow$ sono parallelogrammi, ossia hanno i lati opposti a due a due paralleli (anche se sul disegno le frecce di parallelismo, utili ma non obbligatorie quando si sa che due rette sono parallele, non sono state messe).
Come si può giustificare l'uguaglianza $\widehat{EBC} = \widehat{FAD}$?
- 14) Dimostra che due rette, che siano rispettivamente perpendicolari ai due lati di un angolo acuto, si incontrano senz'altro (non possono, cioè, essere parallele) e formano, intersecandosi, due angoli uguali a quello iniziale e due angoli ad esso supplementari.



RISPOSTE

- 1) c 2) c, d 3) a, b, c
- 4) Quel disgraziato di Pierino parla di angoli alterni interni e sostiene che sono uguali; ma ♥ di due angoli alterni interni, si può affermare che sono uguali **quando si sa (per HP, o per dim. precedente) che le due rette sono parallele!** Pierino ha commesso un errore piuttosto frequente, e GRAVE, in Geometria: dedurre che due angoli sono uguali per il semplice fatto che sono in posizione di alterni interni! ... Eh no, evidentemente non basta!!!
- 5) $A \rightarrow D$; $B \rightarrow C$ (volendo); $D \rightarrow E$; $E \rightarrow B$ e (in una delle due modalità) C ; $G \rightarrow E$ ed F
- 6) Perché il teorema "forte" non si può dimostrare se non si dimostra, prima di esso, il teorema "debole"; infatti il t. debole serve per dimostrare i teoremi sulle parallele, tramite i quali viene poi dimostrato il t. forte.
- 7) 1080° 8) 100 lati
- 9) $\widehat{ACB} = \widehat{ABC} = (180^\circ - \widehat{A}) / 2 = (180^\circ - 30^\circ) / 2 = 150^\circ / 2 = 75^\circ$; $\widehat{BDC} = 180^\circ - \widehat{CBD} - \widehat{BCD} = 180^\circ - 45^\circ - 75^\circ = 60^\circ$
Oppure: per il Teorema dell'Angolo Est. in forma forte, $\widehat{BDC} = \widehat{ABD} + \widehat{A} = (75^\circ - 45^\circ) + 30^\circ = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$
Il triangolo ABD ha un angolo di 30° e un altro di $75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$ per cui, avendo 2 angoli uguali, è isoscele.
- 10) $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = (\widehat{A} - \widehat{DAE}) + \beta + \gamma + (\widehat{D} - \widehat{ADE}) + (360^\circ - \widehat{AED}) = \widehat{A} + \beta + \gamma + \widehat{D} + 360^\circ - \widehat{DAE} - \widehat{ADE} - \widehat{AED} = (\widehat{A} + \beta + \gamma + \widehat{D}) + 360^\circ - (\widehat{DAE} + \widehat{ADE} + \widehat{AED}) = 360^\circ + 360^\circ - 180^\circ = 540^\circ$
- 12) Criterio Particolare di Uguaglianza dei Triangoli Rettangoli ...
- 13) Il modo più rapido e brillante è di osservare che hanno i lati paralleli e concordi (pag. 301); altrimenti, si prolunga $\overline{AB}$ dalla parte di B; angoli corrispondenti rispetto a due $\parallel$ sono uguali, poi si ragiona per differenza
- 14) Che le due rette non possano essere parallele, lo si dimostra con un ragionamento per assurdo, che si può effettuare in diversi modi. Ad esempio, si può tracciare per il vertice dell'angolo la parallela c alla retta a ; l'angolo β sarà retto perché alterni interni (con rette parallele) rispetto all'angolo retto α ; ma allora non potrà essere retto l'angolo γ , quindi la retta b non potrà essere parallela alla retta c .
Perciò b non è parallela ad a : se lo fosse, infatti, sarebbe parallela pure a c .
Al secondo quesito si risponde facilmente ricordando che la somma degli angoli di un quadrilatero è 360° ...

