

Cap. 4: DISTANZE, LUOGHI GEOMETRICI, QUADRILATERI PARTICOLARI

4.1 - DISTANZE E PROIEZIONI

DISTANZA FRA DUE PUNTI

Dicesi “distanza” fra due punti, il segmento che li unisce.



La “distanza” fra A e B è il segmento $\overline{AB}$

OSSERVAZIONE

A dire il vero, di fronte alla parola “distanza”, noi siamo portati istintivamente a pensare ad un **numero** piuttosto che ad un **segmento**: “la distanza fra Milano e Torino è di 140 km”, “la distanza fra i banchi durante la verifica scritta dev’essere di almeno 1 metro”, ecc.

Insomma, spontaneamente la parola “distanza” ci suggerisce l’idea di “misura”, che è un’idea dal contenuto più “aritmetico” (dal greco “arithmós” = numero) che geometrico (“gê” = terra, “métron” = misura).

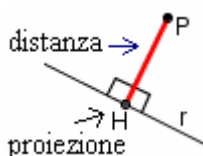
In effetti, l’uomo moderno tende ad “aritmetizzare” (= pensare in termini numerici) piuttosto che a “geometrizzare”, come erano invece portati a fare i matematici dell’antichità classica e fra essi Euclide.

Tuttavia, nel nostro contesto, la parola “distanza” andrà interpretata nel senso della definizione data (distanza = segmento), anche se non è affatto “vietato” allo studente di pensare, se lo desidera, alla “misura” di questa distanza, fatta rispetto a una qualsivoglia unità di misura fissata. Il concetto di “misura”, per inciso, è oggetto di un apposito capitolo, più avanzato, della geometria (Volume 2); capitolo che riserva interessanti sorprese, dovute alla singolare scoperta delle cosiddette “grandezze incommensurabili”.

DISTANZA DI UN PUNTO DA UNA RETTA PROIEZIONE DI UN PUNTO SU UNA RETTA

Dicesi “distanza di un punto P da una retta r”, il segmento di perpendicolare $\overline{PH}$ condotto da P alla retta r.

Il punto H (punto di intersezione fra r e la perpendicolare condotta a r da P, ovvero “piede” di tale perpendicolare), viene anche detto “proiezione di P su r”.



La “distanza” di P da r è il segmento di perpendicolare $\overline{PH}$ condotto da P a r.

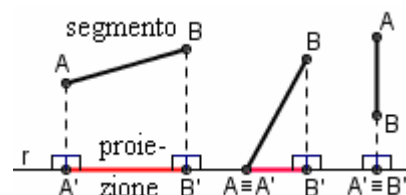
Il punto H è detto “proiezione di P su r” o anche “piede della perpendicolare” condotta da P a r.

La distanza di un punto da una retta è un segmento; la proiezione di un punto su una retta è un punto. Nel caso particolare in cui P appartenesse alla retta r, la proiezione di P su r verrebbe a coincidere con P.

PROIEZIONE DI UN SEGMENTO SU UNA RETTA

Dicesi “proiezione” di un segmento $\overline{AB}$ sopra una retta r, il segmento che ha per estremi le proiezioni, su r, dei due estremi di $\overline{AB}$.

Nelle tre figure, la “proiezione” di $\overline{AB}$ su r è il segmento $\overline{A'B'}$, dove A' è la proiezione di A su r, B' è la proiezione di B su r.



La proiezione di un segmento su una retta è quindi un altro segmento (giacente sulla retta).

Nel caso particolare in cui il segmento $\overline{AB}$ stia su di una retta perpendicolare a r, come nella terza figura, la proiezione di $\overline{AB}$ su r si riduce ad un punto (visto come segmento dagli estremi coincidenti, “segmento nullo”).

TEOREMA

La distanza di un punto P da una retta r è il minore di tutti i segmenti aventi un estremo in P e l'altro estremo su r.



Dimostrazione

Infatti, detta H la proiezione di P su r e detto Q un qualsiasi punto di r distinto da H, basterà considerare il triangolo PHQ, rettangolo in H, e ricordare che in un triangolo rettangolo ogni cateto è minore dell’ipotenusa, per concludere che $PH < PQ$, c.v.d.

DISTANZA FRA DUE RETTE PARALLELE

Dicesi distanza fra due rette parallele, la distanza di un punto qualsiasi di una qualsiasi delle due rette, dall'altra retta.

Osserviamo che la definizione è corretta, per il fatto che non dipende dal particolare punto o dalla particolare retta considerata.

Con riferimento alla figura, si ha infatti che $\overline{AA'} = \overline{BB'} = \overline{PP'}$ ecc.

Come dimostrarlo? Semplice! Facciamo vedere ad esempio che $\overline{AA'} = \overline{BB'}$.

A tale scopo, congiungiamo A' con B e confrontiamo $\triangle A'AB$ con $\triangle A'B'B$.

- $\overline{A'B}$ è in comune;
- $\widehat{A'BA} = \widehat{B'AB}$ perché alterni interni rispetto a due parallele con trasversale;
- $\widehat{A'AB} = \widehat{BB'A} = 90^\circ$ ($\widehat{A'AB}$ è retto perché, date due parallele, ogni perpendicolare all’una è $\perp$ anche all’altra).

Quindi i due triangoli in questione sono uguali per il 2° Criterio Generalizzato: segue appunto $\overline{AA'} = \overline{BB'}$.

