

9. PROPOSIZIONI “APERTE”

Se io scrivo

“ n è multiplo di 3”

non faccio, in tal modo, un’affermazione che si possa dire vera o falsa **in assoluto**: la verità o falsità di questa espressione linguistica dipenderà dal valore di n .

Ad esempio, con $n = 6$ è VERA, mentre con $n = 10$ è FALSA.

Un’AFFERMAZIONE CONTENENTE UNA VARIABILE è detta PROPOSIZIONE APERTA o PREDICATO.

Ogni proposizione aperta ha dunque

- il suo **INSIEME UNIVERSO** o **INSIEME AMBIENTE** o **DOMINIO** vale a dire, l’insieme dei valori della variabile per i quali la proposizione ha senso: nell’esempio fatto, è l’insieme \mathbb{N} dei numeri naturali;
- il suo **INSIEME DI VERITÀ** vale a dire, l’insieme dei valori della variabile che rendono vera la proposizione: nell’esempio fatto, è $\{3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$

Facciamo un altro esempio:

“Le due diagonali di x sono uguali”

Questa è una proposizione aperta, o predicato, il cui insieme universo è costituito da quegli oggetti x per i quali abbia senso parlare di due diagonali: si tratta, evidentemente, dei quadrilateri.

L’insieme di verità della proposizione aperta considerata è invece costituito da tutti e soli quei quadrilateri aventi la proprietà di avere le diagonali uguali: fra di essi, troviamo in particolare i rettangoli e i trapezi isosceli.

Per indicare una proposizione aperta si può utilizzare una lettera dell’alfabeto, seguita da una coppia di parentesi contenenti al loro interno la variabile da cui la proposizione aperta dipende.

Esempi:

“ n è multiplo di 3” = $p(n)$ [Leggi: p di n]

“Le due diagonali di x sono uguali” = $d(x)$

ESERCIZI (risposte a pag. 376)

1) Stabilisci se la proposizione aperta

“ x è un numero primo”

è vera o falsa nei seguenti casi:

a) $x = 111$ b) $x = 431$ c) $x = 2401$

2) Stabilisci se la proposizione aperta (a due “argomenti”: NOTA)

“ $x^2 \geq y$ ”

è vera o falsa nei seguenti casi:

a) $x = 5, y = 19$ b) $x = 0,25, y = 0,07$ c) $x = 1/6, y = 0,02\bar{7}$

NOTA:

“argomento”

è, in linea di massima, sinonimo di “variabile indipendente”

Le seguenti belle definizioni schematiche di: intersezione, unione, differenza insiemistica, sono scritte utilizzando proposizioni aperte.

Tieni presente che il simbolo “:” è impiegato per indicare “tale che, tali che”, esattamente come il simbolo “/”

INTERSEZIONE

$$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}$$

Leggi: $A \cap B$ è l’insieme degli x tali che $x \in A$ ET $x \in B$

UNIONE

$$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}$$

Leggi: $A \cup B$ è l’insieme degli x tali che $x \in A$ VEL $x \in B$

DIFFERENZA INSIEMISTICA

$$A - B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$$

Leggi: $A - B$ è l’insieme degli x tali che $x \in A$ ET $x \notin B$