

12. Condizione sufficiente (CS), necessaria (CN), necessaria e sufficiente (CNS); se, soltanto se, se e solo se (SSE). La Prima Legge delle Inverse

♥ Quando vale l'implicazione $p \Rightarrow q$, si può dire che

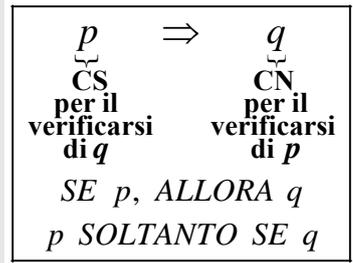
- p è condizione SUFFICIENTE per il verificarsi di q
- q è condizione NECESSARIA per il verificarsi di p

Perché "necessaria"?

Perché, se non si verifica q , non può verificarsi neppure p , in quanto, se si verificasse p , l'implicazione ci dice che si verificherebbe anche q .

Esempio: x è multiplo di 6 \Rightarrow x è multiplo di 3

Per un intero x ,
l'essere multiplo di 6 è SUFFICIENTE per essere multiplo di 3;
l'essere multiplo di 3 è NECESSARIO per essere multiplo di 6
(in quanto se un intero NON è multiplo di 3,
è già subito escluso che possa essere multiplo di 6).



♥ Una

"condizione necessaria"
è anche detta, dal latino,
"CONDITIO SINE QUA NON",
ossia
"condizione senza la quale
non può verificarsi l'altra".

E' facile rendersi conto che

un'implicazione $p \Rightarrow q$ è perfettamente equivalente all'implicazione $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$

(1) "Se un fungo è velenoso, allora diventa nero al taglio"
è perfettamente equivalente a

(2) "Se un fungo non diventa nero al taglio, allora non è velenoso"

Possiamo convincerci di questa equivalenza tramite le semplici considerazioni seguenti.

- Supponiamo che sia vera la (1); voglio dimostrare che, in tal caso, è certamente vera anche la (2).
Infatti, qualora io prenda un fungo, lo tagli, e veda che NON diventa nero, posso star certo che NON è velenoso: perché se per assurdo lo fosse, in forza della verità della (1) avrebbe dovuto diventar nero al taglio.
- E, viceversa, supponiamo che sia vera la (2); voglio far vedere che, in tal caso, è certamente vera anche la (1).
Infatti, qualora io prenda un fungo velenoso, posso star certo che diventerà nero al taglio; perché, se per assurdo non lo diventasse, in forza della verità della (2) non sarebbe velenoso.

Il ragionamento fatto con riferimento ai funghi è facilmente generalizzabile ad implicazioni qualsiasi.

Resta così stabilita la cosiddetta "Prima Legge delle Inverse", che afferma appunto quanto si diceva:

♥ **un'implicazione $p \Rightarrow q$ è perfettamente equivalente all'implicazione $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$**

La Prima Legge delle Inverse è valida sia nel caso dell'implicazione logica

(sul quale abbiamo ragionato quando abbiamo parlato di funghi), che in quello dell'implicazione materiale:

avevamo già visto in precedenza che le due implicazioni materiali $p \rightarrow q$, $q \rightarrow p$ hanno la stessa tavola di verità.

Considerata ora un'implicazione logica $p \Rightarrow q$,

- l'implicazione $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ne viene detta la **CONTRONOMINALE**
- l'implicazione $q \Rightarrow p$ ne viene detta l' **INVERSA**
- l'implicazione $\bar{p} \Rightarrow \bar{q}$ ne viene detta la **CONTRARIA**

La Prima Legge delle Inverse può essere enunciata dicendo che un'implicazione è equivalente alla sua contronominale,

nel senso che, se un'implicazione è vera, allora è vera anche la rispettiva contronominale, e viceversa.

Invece **non esiste alcun legame generale fra il valore di verità di una implicazione e quello della sua inversa:**

ad esempio, per l'implicazione (vera): "Se un triangolo ha due lati uguali, allora ha anche due angoli uguali",
anche l'inversa è vera;

mentre nel caso dell'implicazione (vera): "Se un numero è divisibile per 6, allora è divisibile per 3",
l'inversa è falsa.

Così pure, non c'è alcun legame generale fra il valore di verità di un'implicazione e quello della "contraria".

Si può d'altra parte osservare che **l'inversa e la contraria di una stessa implicazione sono sempre equivalenti fra loro, in quanto sono una la contronominale dell'altra.**

♥ Nel caso della “DOPPIA IMPLICAZIONE”, si può dire che, quando è vera la

$$p \Leftrightarrow q,$$

p è condizione SUFFICIENTE E NECESSARIA affinché si verifichi q

q è condizione NECESSARIA E SUFFICIENTE affinché si verifichi p

Vale a dire:

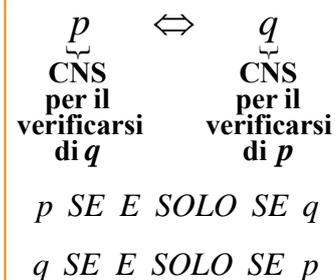
quando è vera la biimplicazione $p \Leftrightarrow q$,

possiamo affermare che

ciascuna delle due condizioni p , q è tanto necessaria quanto sufficiente (CNS = Condizione Necessaria e Sufficiente) al verificarsi dell'altra.

♥ Una doppia implicazione $p \Leftrightarrow q$ può essere letta:

$$p \text{ SE E SOLO SE } q.$$



♥ "Se e solo se",
"cond. necessaria e sufficiente"
sono locuzioni "regine" per
indicare DOPPIA implicazione

ESERCIZI (risposte a pag. 376)

Metti al posto dei puntini la locuzione corretta fra:

- SUFFICIENTE (SUFF), CONDIZIONE SUFFICIENTE (CS)
- NECESSARIO (NEC), CONDIZIONE NECESSARIA (CN),
- NECESSARIO E SUFFICIENTE (NS), CONDIZIONE NECESSARIA E SUFF. (CNS),
- SE,
- SOLTANTO SE,
- SE E SOLO SE (SSE)

- 1) Per poter comandare a un sergente, è essere un capitano.
(NOTA: i “gradi” dell'esercito sono, dal basso verso l'alto:
soldato semplice, caporale, sergente, maresciallo, tenente, capitano, maggiore, colonnello, generale).
- 2) Per poter concludere che un numero intero è pari, è sapere che è multiplo di 4.
- 3) Un numero intero è pari è multiplo di 4.
- 4) Condizione affinché un numero intero sia dispari, è che il suo quadrato sia dispari.
- 5) Un intero è dispari il suo quadrato è dispari.
- 6) Condizione perché una persona residente in Italia possa votare alle elezioni politiche,
è che abbia compiuto i 18 anni.
- 7) Una persona residente in Italia può votare alle elezioni politiche ha compiuto 18 anni.
- 8) Per fare una buona pastasciutta, è ricordarsi di salare la pasta.
- 9) Sia ABCD un quadrilatero. Affinché ABCD sia un rettangolo, è che abbia le diagonali uguali.
- 10) Condizione affinché un numero intero sia maggiore di 100, è che sia maggiore di 50.
- 11) Condizione affinché un numero intero sia divisibile per 10, è che sia divisibile per 5.
- 12) Condizione affinché un triangolo abbia i tre lati uguali, è che abbia i tre angoli uguali.
- 13) Un triangolo è equilatero è equiangolo.
- 14) Condizione affinché un quadrilatero sia un rombo, è che abbia le diagonali perpendicolari.
- 15) Condizione affinché un quadrilatero sia un parallelogrammo,
è che le sue diagonali si taglino scambievolmente per metà.
- 16) Condizione affinché due angoli siano uguali, è che abbiano i lati paralleli e concordi.
- 17) Condizione affinché un parallelogrammo sia un rombo, è che abbia le diagonali perpendicolari.
- 18) Condizione affinché un quadrilatero abbia le diagonali perpendicolari,
è che abbia due lati consecutivi uguali fra loro, e gli altri due pure uguali fra loro.
- 19) Condizione affinché due triangoli siano uguali, è che abbiano rispettivamente uguali i tre lati.
- 20) Un quadrilatero è un parallelogrammo ha gli angoli opposti uguali.

ESERCIZI (risposte a pag. 377)

Di ciascuna delle seguenti implicazioni, scrivi

- la contronominale
- la contraria
- l'inversa

stabilendone il valore di verità e confrontandolo con il valore di verità dell'implicazione iniziale.

1) *Se un intero è primo, allora è dispari* [Metti una croce sulla risposta corretta:] VERA / FALSA

<u>Contronominale:</u>	<u>VERA/FALSA</u>
<u>Contraria:</u>	<u>VERA/FALSA</u>
<u>Inversa:</u>	<u>VERA/FALSA</u>

2) *Se un intero è divisibile per 10, allora è divisibile anche per 5* VERA / FALSA

<u>Contronominale:</u>	<u>VERA/FALSA</u>
<u>Contraria:</u>	<u>VERA/FALSA</u>
<u>Inversa:</u>	<u>VERA/FALSA</u>

3) *Se un triangolo ha i tre lati uguali, allora ha anche i tre angoli uguali* VERA / FALSA

<u>Contronominale:</u>	<u>VERA/FALSA</u>
<u>Contraria:</u>	<u>VERA/FALSA</u>
<u>Inversa:</u>	<u>VERA/FALSA</u>

4) *Se un quadrilatero ha le diagonali perpendicolari, allora ha i quattro lati uguali* VERA / FALSA

<u>Contronominale:</u>	<u>VERA/FALSA</u>
<u>Contraria:</u>	<u>VERA/FALSA</u>
<u>Inversa:</u>	<u>VERA/FALSA</u>

5) *Se Cristina è ricoverata all'ospedale, allora ha partorito* VERA / FALSA

<u>Contronominale:</u>	<u>VERA/FALSA</u>
<u>Contraria:</u>	<u>VERA/FALSA</u>
<u>Inversa:</u>	<u>VERA/FALSA</u>

ESERCIZI su implicazione e biimplicazione logica, Prima Legge delle Inverse ... **con risposte a pag. 377**
(da test di ammissione all'Università: 1, 4, 6, 7 Architettura, 2, 5 Medicina, 3 Veterinaria, 9 Politecnico)

- 1) La maestra dice a Pierino: “*Se risolvi correttamente due esercizi su cinque, ti darò la sufficienza*”. Pierino non prende la sufficienza. Dunque, necessariamente Pierino:
 - A) ha risolto correttamente un esercizio
 - B) ha risolto correttamente un esercizio e ne ha sbagliato un altro
 - C) non ha risolto correttamente nessun esercizio
 - D) ha risolto correttamente al più un esercizio
 - E) ha risolto due esercizi, ma con errori
- 2) Si completi correttamente il seguente ragionamento ipotetico:
Se non avessi avuto talento non saresti diventato artista; ma sei diventato artista dunque
 - A) sei artista
 - B) sarai artista
 - C) non avrai talento
 - D) non hai talento
 - E) hai talento
- 3) L'affermazione “quando mangio troppo mi viene mal di stomaco” implica che:
 - A) non ho mal di stomaco pur avendo mangiato troppo
 - B) a volte capita che non abbia mal di stomaco pur avendo mangiato troppo
 - C) se ho mal di stomaco vuol dire che ho mangiato troppo
 - D) se non mi viene mal di stomaco allora non ho mangiato troppo
 - E) o mangio troppo o mi viene mal di stomaco
- 4) Per un intervallo I di numeri reali vale la seguente proprietà: I è compatto se e solo se è chiuso e limitato. Senza che tu debba conoscere il significato dei termini in oggetto, scegli tra le seguenti affermazioni l'unica che consegue necessariamente dalla proprietà enunciata.
 - A) Se I è limitato ma non compatto, allora I è chiuso
 - B) Se I non è limitato, allora I non è compatto
 - C) Se I è chiuso e compatto, allora I non è limitato
 - D) Se I è chiuso oppure è limitato, allora I è compatto
 - E) Se I non è chiuso oppure non è limitato, allora I è compatto
- 5) Quale delle seguenti proposizioni equivale a dire che
<condizione sufficiente affinché la proposizione Q sia vera è che sia vera la proposizione P > ?
 - A) Se Q è vera, allora P è vera
 - B) Se P è vera, allora Q è vera
 - C) Se P è falsa, allora Q è falsa
 - D) P è falsa se e solo se Q è falsa
 - E) P è vera se e solo se Q è vera
- 6) Alessandro afferma: *Se Rossi parte in pole position arriva primo*. Quale delle seguenti proposizioni è la NEGAZIONE di quella di Alessandro?
 - A) Se Rossi non parte in pole position non vince
 - B) Rossi può non vincere anche se parte in pole position
 - C) Rossi non vince mai ogni volta che parte in pole position
 - D) Rossi può non partire in pole position e non vincere
 - E) Rossi può arrivare primo anche se non parte in pole position
- 7) Se Salvatore ha superato il test e Carmela ha superato il test, allora anche Benedetto ha superato il test. Però Salvatore non ha superato il test. Quindi:
 - A) Benedetto non ha superato il test
 - B) Benedetto oppure Carmela non hanno superato il test
 - C) Benedetto potrebbe avere superato il test
 - D) Benedetto non ha superato il test e Carmela ha superato il test
 - E) se neppure Carmela ha superato il test, Benedetto non ha superato il test
- 8) Anna, Bruno, Carlo e Daniela stanno valutando se partire per Cortina il prossimo fine settimana. Si sa che: se parte Carlo, parte anche Daniela; se non parte Anna, non parte nemmeno Daniela; se parte Anna, lo fa pure Bruno. Quale delle seguenti affermazioni può essere dedotta?
 - A) Non parte nessuno
 - B) Partono Anna e Bruno
 - C) Partono tutti
 - D) Se non parte Bruno, non parte nessuno
 - E) Se parte Anna, parte anche Carlo
- 9) In base alle tue conoscenze di Geometria, riempi i puntini con la locuzione corretta fra “necessaria” (N), “sufficiente” (S), “necessaria e sufficiente” (“NS”; “SE”, “SOLO SE”, “se e solo se” (SSE):
 - a) Un triangolo ha due angoli uguali ... ha due lati uguali
 - b) Condizione ... affinché un quadrilatero abbia le diagonali perpendicolari, è che abbia tutti i lati uguali
 - c) Un quadrilatero ha i lati opposti a due a due paralleli ... questi lati opposti sono a due a due uguali
 - d) Condizione ... affinché un quadrilatero abbia le diagonali uguali, è che abbia i 4 angoli di 90°
 - e) Condizione ... affinché un triangolo sia isoscele, è che la mediana e l'altezza relative a un lato coincidano
 - f) Due rette sono parallele ... formano con una trasversale angoli corrispondenti uguali
 - g) In un poligono convesso la somma degli angoli interni è di 540° ... i lati sono 5
 - h) Condizione ... affinché un quadrilatero abbia i lati opposti uguali, è che abbia gli angoli opposti uguali
 - i) Un quadrilatero ha i 4 angoli retti ... ha le diagonali fra loro uguali
 - l) Un triangolo è rettangolo ... la mediana relativa a un lato è uguale a metà del lato stesso
 - m) Condiz. ... affinché un quadrilatero abbia le diagonali uguali, è che sia un trapezio isoscele o un rettangolo