

ESERCIZI SUI SISTEMI LETTERALI

Clicca sulla freccia, se presente, per la correzione

- 1) $\Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 5a \\ 2x + 3y = 12a \end{cases}$ 2) $\Rightarrow \begin{cases} x + y = 2a \\ x - y = 2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + y = 3k + 1 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x + y = k \\ x + 2y = k + 1 \end{cases}$
- 5) $\Rightarrow \begin{cases} mx - y = m^2 \\ 2x + my = (m+1)^2 + 1 \end{cases}$ 6) $\Rightarrow \begin{cases} x + ay = 2a \\ x - y = a - 1 \end{cases}$ 7) $\Rightarrow \begin{cases} (2a-1)x - (a+1)y = 2(2a-1)(a-1) \\ (a-1)x + (a+1)y = a(5a-3) \end{cases}$
- 8) $\begin{cases} 2(b+1)x - (b-1)^2 y = 0 \\ 4x + (b-1)y = 3b-1 \end{cases}$ 9) $\begin{cases} (m-1)x - my = 2m^2 \\ mx = 4y + [2m - (m-2)]^2 \end{cases}$ 10) $\Rightarrow \begin{cases} \frac{kx}{2} = 1 - \frac{x-y}{2} \\ (k-1)(x-3) + 2y = 0 \end{cases}$
- 11) $\begin{cases} (a+1)(x-y) = 2(1-ay) \\ (a^2+1)(x-y) = 2[1-a(x+y)] \end{cases}$ 12) $\Rightarrow \begin{cases} \frac{a-1}{y+2} = \frac{1}{x-a} \\ x-y = \frac{2a}{a-1} \end{cases}$ 13) $\begin{cases} m\frac{y}{x} - \frac{1}{x} = m-1 \\ x+m(y-1) = m^2+1 \end{cases}$
- 14) $\begin{cases} ax + by = 2ab \\ ax - by = 0 \end{cases}$ 15) $\begin{cases} (2a-1)x = 2y-1 \\ a\frac{x-2}{y} + 1 = 0 \end{cases}$ 16) $\Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 3a + 1 \\ x - y + z = a + 1 \\ x + 2z = 2(a+1) \end{cases}$ 17) $\begin{cases} mx + y + mz = m + 1 \\ y - x = 1 \\ x + z = 0 \end{cases}$
- 18) $\begin{cases} px + qy = 2 \\ x + y = \frac{p+q}{pq} \end{cases}$ 19) $\Rightarrow \begin{cases} x + y + z + t = 6 \\ x - y - z + t = 0 \\ x + 2y + z + 3t = 10 \\ ax + y + 4t = 2(a+3) \end{cases}$ 20) $\begin{cases} a^2x + a^2y + z = 3a \\ ax - ay + z = a \\ x - y + az = a^2 \end{cases}$

SOLUZIONI (ED EVENTUALE DISCUSSIONE)

- 1) $\begin{cases} x = 3a \\ y = 2a \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = a+1 \\ y = a-1 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x = k+1 \\ y = k-1 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x = k-1 \\ y = 1 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x = m+1 \\ y = m \end{cases}$
- 6) $\begin{cases} x = a \\ y = 1 \end{cases}$ Se $a = -1$, il sistema è **INDETERMINATO**, con le soluzioni $\begin{cases} x = y - 2 \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$
- 7) Se $a \neq \frac{2}{3} \wedge a \neq -1$, $\begin{cases} x = 3a-1 \\ y = 2a-1 \end{cases}$ Se $a = \frac{2}{3}$, il sistema è **INDET.**, con le soluzioni $\begin{cases} x \text{ qualsiasi} \\ y = \frac{3x+2}{15} \end{cases}$
 Se $a = -1$, il sistema è **INDET.**, con le soluzioni $\begin{cases} x = -4 \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$
- 8) Se $b \neq 1 \wedge b \neq \frac{1}{3}$, $\begin{cases} x = \frac{b-1}{2} \\ y = \frac{b+1}{b-1} \end{cases}$ Se $b = 1$, il sistema è **IMPOSSIBILE**;
 se $b = 1/3$, il sistema è **INDETERMINATO**,
 e in questo caso le sue soluz. sono le infinite coppie: $\begin{cases} x \text{ qualsiasi} \\ y = 6x \end{cases}$
- 9) Se $m \neq 2$, $\begin{cases} x = m \\ y = -(m+1) \end{cases}$ Se $m = 2$, il sistema è **INDETERMINATO**, con le soluzioni $\begin{cases} x = 2y + 8 \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$
- 10) Se $k \neq -\frac{1}{3}$, $\begin{cases} x = 1 \\ y = k-1 \end{cases}$ Se $k = -\frac{1}{3}$, il sistema è **INDETERMINATO**, con le soluzioni $\begin{cases} x \text{ qualsiasi} \\ y = \frac{2}{3}x - 2 \end{cases}$
- 11) Se $a \neq \pm 1 \wedge a \neq 0$, $\begin{cases} x = \frac{1}{a+1} \\ y = \frac{1}{a-1} \end{cases}$ Se $a = 1 \vee a = -1$, il sistema è **IMPOSSIBILE**
 Se $a = 0$, il sistema è **INDETERMINATO**,
 con le soluzioni $\begin{cases} x \text{ qualsiasi} \\ y = x - 2 \end{cases}$

Il valore 1 è "inammissibile" per a .

- 12) Se $a \neq 1 \wedge a \neq 2 \wedge a \neq -1$, $\begin{cases} x = \frac{a^2+1}{a-1} \\ y = a-1 \end{cases}$ con le soluzioni $\begin{cases} x \text{ qualsiasi, purché diverso da } 2; \\ y = x-4 \end{cases}$
 Se $a = 2$, il sistema risulta **INDETERMINATO**,
 Se $a = -1$, il sistema è **IMPOSSIBILE**,
 perché la soluzione che si trova non è accettabile.

- 13) Se $m \neq 0 \wedge m \neq -1$, $\begin{cases} x = m+1 \\ y = m \end{cases}$ Se $m = 0$, il sistema è **INDET.**, con le soluzioni $\begin{cases} x = 1 \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$
 Se $m = -1$, il sistema è **IMPOSSIBILE**,
 perché la soluzione che si trova non è accettabile.

- 14) Se $a \neq 0 \wedge b \neq 0$, $\begin{cases} x = b \\ y = a \end{cases}$ Se $a \neq 0 \wedge b = 0$, il sistema è **INDETERMINATO**: $\begin{cases} x = 0 \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$
 Se $a = b = 0$, il sistema è **COMPLETAMENTE INDET.**: $\begin{cases} x \text{ qualsiasi} \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$
 Se $a = 1/4$, il sistema è **INDETERMINATO**,

- 15) Se $a \neq \frac{1}{4} \wedge a \neq 0$, $\begin{cases} x = 1 \\ y = a \end{cases}$ con le soluzioni $\begin{cases} x = 2-4y \\ y \text{ qualsiasi purché diverso da } 0 \end{cases}$
 Se $a = 0$, il sistema è **IMPOSSIBILE**,
 perché la soluzione che si trova non è accettabile.

- 16) $\begin{cases} x = 2a \\ y = a \\ z = 1 \end{cases}$ 17) $\begin{cases} x = m \\ y = m+1 \\ z = -m \end{cases}$

- 18) $p \neq 0, q \neq 0$. Se $p \neq q$, $\begin{cases} x = 1/p \\ y = 1/q \end{cases}$ Se $p = q$, il sistema è **INDET.**, con le soluz. $\begin{cases} x \text{ qualsiasi} \\ y = \frac{2-px}{p} \end{cases}$ o $\begin{cases} x = \frac{2-py}{p} \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$

- 19) Se $a \neq 2$: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = 1 \\ t = 1 \end{cases}$ Con $a = 2$, il sistema è **INDET.**, con le soluz. $\begin{cases} x = 3-t \\ y = 4-2t \\ z = 2t-1 \\ t \text{ qualsiasi} \end{cases}$

- 20) Se $a \neq 0, a \neq \pm 1$: $\begin{cases} x = 1/a \\ y = 1/a \\ z = a \end{cases}$

Con $a = 0$ il sistema diventa: $\begin{cases} z = 0 \\ z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$ ed è perciò **INDET.**, con le soluzioni $\begin{cases} x = y \\ y \text{ qualsiasi} \\ z = 0 \end{cases}$

Con $a = 1$ il sistema diventa: $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - y + z = 1 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$ che equivale a $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$

Sommando, si ha $\begin{cases} 2x + 2z = 4; & x + z = 2 \\ y = 3 - (x + z) = 3 - 2 = 1 \end{cases}$ e il sistema è **INDET.**: $\begin{cases} x = \text{qualsiasi} \\ y = 1 \\ z = 2 - x \end{cases}$

Con $a = -1$ il sistema diventa: $\begin{cases} x + y + z = -3 \\ -x + y + z = -1 & (x - y - z = 1) \\ x - y - z = 1 \end{cases}$ che equivale a $\begin{cases} x + y + z = -3 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$

Sommando, si ha $\begin{cases} 2x = -2; & x = -1 \\ -1 - y - z = 1; & y + z = -2 \end{cases}$ e il sistema è **INDET.**: $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 - z \\ z = \text{qualsiasi} \end{cases}$