NUMERI IN BASE DIVERSA DA DIECI

1. MODI ALTERNATIVI DI CONTARE

Se storicamente si è affermata la consuetudine di privilegiare il numero **dieci** come **base del calcolo**, ciò è senza dubbio dovuto al fatto che - di norma - ogni persona nelle sue mani ha *dieci* dita.

Quando scriviamo, ad es., **il numero 1971, noi ci serviamo di una notazione "posizionale in base dieci"** ("posizionale" nel senso che il valore di ogni cifra dipende dalla *posizione* che essa occupa).

- L'ultima cifra a destra rappresenta le unità,
- la penultima i gruppi di dieci (decine),
- la terzultima le decine di decine (centinaia),
- la quartultima le decine di decine di decine (migliaia)
- … e così via.

1	9	7	1
decine di decine di decine *o migliaia*	**decine di decine** *o centinaia*	**decine**	**unità**

Una popolazione nella quale le persone avessero otto dita anziché dieci, tenderebbe probabilmente ad elaborare un sistema di **numerazione in base otto**, nel quale **le cifre andrebbero da 0 fino a 7**, e la sequenza dei numeri naturali verrebbe scritta nel modo seguente:

I NUMERI NATURALI SCRITTI IN BASE OTTO

0	**zero**
1	**uno**
2	**due**
3	**tre**
4	**quattro**
5	**cinque**
6	**sei**
7	**sette**
10	**otto (1 ottina, 0 unità)**
11	**nove (1 ottina, 1 unità)**
12	**dieci (1 ottina, 2 unità)**
13	**undici (1 ottina, 3 unità)**
14	**dodici (1 ottina, 4 unità)**
15	**tredici (1 ottina, 5 unità)**
16	**quattordici (1 ottina, 6 unità)**
17	**quindici (1 ottina, 7 unità)**
20	**sedici (2 ottine, 0 unità)**
21	**diciassette (2 ottine, 1 unità)**
22	**diciotto (2 ottine, 2 unità)**
...	**...**
77	**sessantatre (sette ottine, sette unità)**
100	**sessantaquattro (una ottina di ottine o sessantaquattrina, zero ottine, zero unità)**
101	**sessantacinque (una sessantaquattrina, zero ottine, una unità)**
102	**sessantasei (una sessantaquattrina, zero ottine, due unità)**
...	**...**

Ad esempio, la scrittura 2067, nel sistema in base otto, significherebbe

2	0	6	7
ottine di ottine di ottine *o "cinquecento-dodicine"*	**ottine di ottine** *o "sessanta-quattrine"*	**ottine**	**unità**

… quindi indicherebbe (tornando per comodità alla nostra abituale notazione in base dieci) **il numero**

$$\boxed{2}\cdot \underset{8^3}{\mathbf{512}}+\boxed{0}\cdot \underset{8^2}{\mathbf{64}}+\boxed{6}\cdot \underset{8^1}{\mathbf{8}}+\boxed{7}\cdot \underset{8^0}{\mathbf{1}} =$$

$$= 1024 + 0 + 48 + 7 = \mathbf{1079}$$

Insomma,

$(\mathbf{2067})_{\mathbf{otto}} = (\mathbf{1079})_{\mathbf{dieci}}$ (leggi: "due-zero-sei-sette in base otto UGUALE uno-zero-sette-nove in base dieci")

Come si rappresenteranno, allora, i numeri in **BASE TRE**?
Le cifre saranno esclusivamente 0, 1 e 2 (NOTA);

- **l'ultima cifra a destra rappresenterà le unità,**
- **la penultima i gruppi di tre (terne),**
- **la terzultima le terne di terne (gruppi di nove),**
- **la quartultima le terne di terne di terne (gruppi di ventisette)**
- **… e così via;**

NOTA:
la cifra più alta sarà 2,
cioè 1 in meno della base!
Pensa: nella abituale base dieci,
la cifra più alta è 9, perché,
quando si arriva a dieci oggetti,
li si pensa come 1 decina più 0 unità!

la scrittura 120111 (tanto per fare un esempio) **significherà**

$$(\mathbf{120111})_{\mathbf{tre}} = \boxed{1}\cdot \underset{3^5}{\mathbf{243}} + \boxed{2}\cdot \underset{3^4}{\mathbf{81}} + \boxed{0}\cdot \underset{3^3}{\mathbf{27}} + \boxed{1}\cdot \underset{3^2}{\mathbf{9}} + \boxed{1}\cdot \underset{3^1}{\mathbf{3}} + \boxed{1}\cdot \underset{3^0}{\mathbf{1}} = 243+162+9+3+1 = (\mathbf{418})_{\mathbf{dieci}}$$

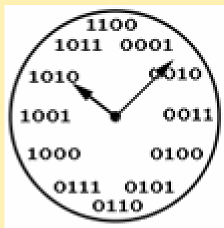
e la sequenza dei numeri naturali, in base tre, sarà

0 zero	**10** tre	**20** sei	**100** nove	**110** dodici	**120** quindici	**200** diciotto	**210** ventuno	**220** ventiquattro	**1000** ventisette
1 uno	**11** quattro	**21** sette	**101** dieci	**111** tredici	**121** sedici	**201** diciannove	**211** ventidue	**221** venticinque	**1001** ventotto
2 due	**12** cinque	**22** otto	**102** undici	**112** quattordici	**122** diciassette	**202** venti	**212** ventitre	**222** ventisei	**...** ...

♫ ATTIVITA' DIVERTENTE. Quattro compagni/e si mettono fianco a fianco, dando la schiena alla lavagna. Chi sta ultimo a destra - rispetto alla classe che guarda - conterà le unità, il penultimo le terne, chi lo precede le terne di terne, ecc. Ciascuno usa una mano sola, e di questa soltanto tre dita. Si fanno entrare le pecore (immaginarie ☺): una, un'altra, poi un'altra ancora … E questi pastori con tre dita le contano via via, alzando (o abbassando) le dita opportune. *Quando una persona dovrebbe alzare tutte e tre le dita, in realtà le chiude, incaricando chi lo precede di alzare un dito in più*. Ad esempio, dopo che sarà entrata l'undicesima pecora, il primo a sinistra non avrà alcun dito alzato, chi gli sta a fianco uno solo, il successivo nessuno, l'ultimo a destra due. La classe vedrà in quel momento il numero $(0102)_{tre}$, che corrisponde appunto all'*undici*.

E come si rappresenteranno i numeri in **BASE DUE** (**sistema BINARIO**, fondamentale per i *computer*)?
Le cifre saranno esclusivamente 0 e 1;

- **l'ultima cifra a destra rappresenterà le unità,**
- **la penultima i gruppi di due (coppie),**
- **la terzultima le coppie di coppie (gruppi di quattro),**
- **la quartultima le coppie di coppie di coppie (gruppi di otto)**
- **… e così via;**



Un orologio binario

la scrittura 1110100 significherà

$$(\mathbf{1110100})_{\mathbf{due}} = \boxed{1}\cdot \underset{2^6}{\mathbf{64}} + \boxed{1}\cdot \underset{2^5}{\mathbf{32}} + \boxed{1}\cdot \underset{2^4}{\mathbf{16}} + \boxed{0}\cdot \underset{2^3}{\mathbf{8}} + \boxed{1}\cdot \underset{2^2}{\mathbf{4}} + \boxed{0}\cdot \underset{2^1}{\mathbf{2}} + \boxed{0}\cdot \underset{2^0}{\mathbf{1}} = 64+32+16+0+4+0+0 = (\mathbf{116})_{\mathbf{dieci}}$$

… e la sequenza dei numeri naturali sarà:

0	zero
1	uno
10	due
11	tre
100	quattro
101	cinque
110	sei
111	sette
1000	otto
1001	nove
1010	dieci
1011	undici
1100	dodici
1101	tredici
1110	quattordici
1111	quindici
10000	sedici
10001	diciassette
...	...

ESERCIZI (risultati a pag. 419)

a) Trasforma in base dieci:

1) $(2201)_{tre} = (\quad)_{dieci}$
2) $(2201)_{cinque} = (\quad)_{dieci}$
3) $(357)_{otto} = (\quad)_{dieci}$
4) $(11033)_{quattro} = (\quad)_{dieci}$
5) $(1100100)_{due} = (\quad)_{dieci}$
6) $(10000000000)_{due} = (\quad)_{dieci}$

b) Provaci, procedendo come credi:

7) $(538)_{dieci} = (\quad)_{cinque}$
8) $(64)_{dieci} = (\quad)_{otto}$
9) $(64)_{dieci} = (\quad)_{tre}$
10) $(31)_{dieci} = (\quad)_{tre}$
11) $(31)_{dieci} = (\quad)_{otto}$
12) $(40)_{dieci} = (\quad)_{due}$
13) $(64)_{dieci} = (\quad)_{quattro}$
14) $(64)_{dieci} = (\quad)_{due}$
15) $(31)_{dieci} = (\quad)_{quattro}$
16) $(31)_{dieci} = (\quad)_{due}$

c) Utilizza dieci come base intermedia:

17) $(212)_{tre} = (\quad)_{due}$
18) $(212)_{cinque} = (\quad)_{tre}$
19) $(10110111)_{due} = (\quad)_{otto}$
20) $(212)_{tre} = (\quad)_{cinque}$