

4. IL GRAFICO DI UNA FUNZIONE

Di una funzione, si può disegnare il grafico, che è poi una visualizzazione efficace della funzione stessa, ossia del legame che essa stabilisce fra la variabile indipendente e la variabile dipendente.

Come si fa? Vediamo.

Innanzitutto, per meglio fissare le idee, noi supporremo sempre che la variabile indipendente sia indicata con x , e la variabile dipendente con y (anche se sappiamo che non sempre è così). In questo modo, potremo dire sbrigativamente “la x ” e “la y ” anziché, come sarebbe più generale ma un pochino pesante, “la variabile indipendente” e “la variabile dipendente”.

Dunque, supponiamo di avere una determinata funzione $y = f(x)$, e di volerne tracciare il grafico. Molto semplice.

- Diamo a x un valore (badando, è ovvio, che questo valore faccia parte del “dominio” della funzione), e calcoliamo il corrispondente valore di y
- disegniamo il punto che ha come coordinate QUEI due valori (x, y)
- facciamo questo per un opportuno insieme di valori di x
- congiungiamo i punti ottenuti.

Ed ecco il grafico!

(... O meglio, ecco un *abbozzo* del grafico, tanto più preciso quanto più “fitti” sono i valori di x considerati, ed evidentemente limitato a un campo di valori di x “comodi”, o comunque a quei valori che ci interessano).

Facciamo un esempio, prendendo la funzione $y = f(x) = x^2 - 2x$.

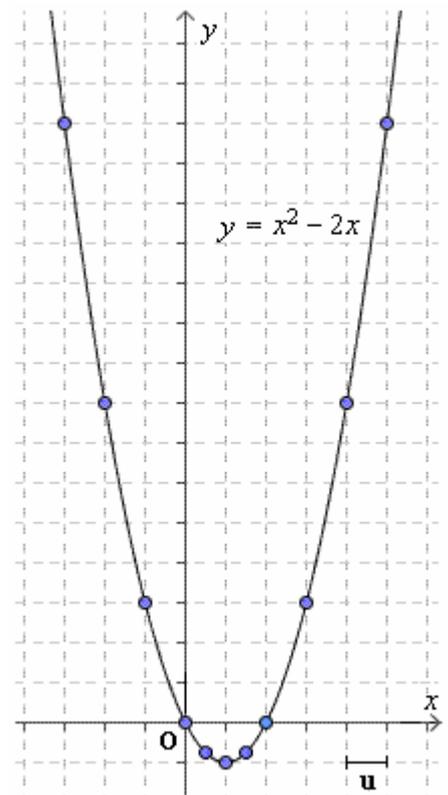
Attribuiamo a x dei valori, e calcoliamo, per ciascun valore dato a x , il corrispondente valore di y .

Possiamo anche organizzarci attraverso una tabella:

| x | $y = f(x) = x^2 - 2x$ |
|---------------|---|
| 0 | 0 |
| 1 | -1 |
| 2 | 0 |
| 3 | 3 |
| 4 | 8 |
| 5 | 15 |
| -1 | 3 |
| -2 | 8 |
| -3 | 15 |
| $\frac{1}{2}$ | $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4}$ |
| $\frac{3}{2}$ | $\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4} - 3 = -\frac{3}{4}$ |

Abbiamo assegnato a x pure due valori frazionari, $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$, perché si avvertiva la necessità di stabilire con maggior precisione l'andamento della curva in prossimità dell'ascissa 1.

♥ *Dammi ascolto: man mano che si compila la tabella, conviene disegnare SUBITO i punti via via determinati. Mi spiego: con $x=0$, ottengo $y=0$. Bene! Allora segno SUBITO, sulla figura, che il punto di coordinate $(0,0)$ (che è poi l'origine) appartiene al grafico. Poi passo ad assegnare a x il valore 1. Ottengo $y = f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 = 1 - 2 = -1$ e allora segno SUBITO, nel disegno, il punto $(1,-1)$. E così via: non aspetto di aver completato la tabella per passare al disegno, ma appena trovo un punto salto immediatamente dalla tabella al disegno.*

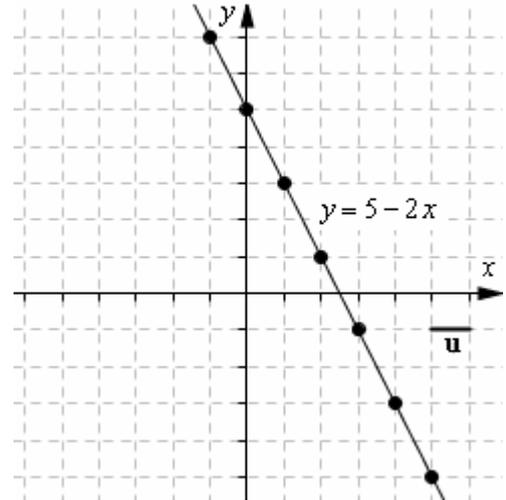
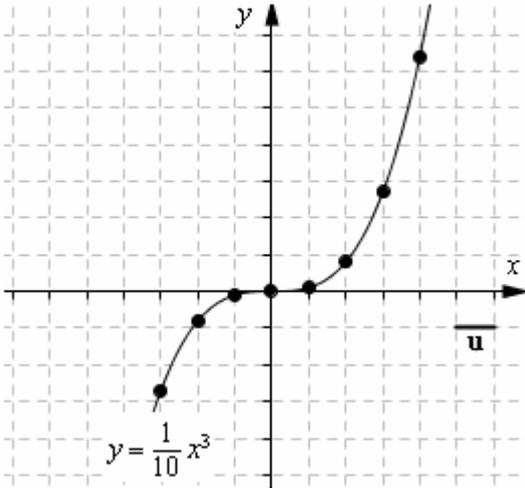


Il grafico ci fa cogliere con immediatezza tante informazioni sull' “andamento” della funzione, e sulle sue caratteristiche. Ad esempio,

- possiamo notare che il valore minimo che la y può assumere è -1 (valore che si ottiene per $x = 1$)
- vediamo che la y decresce, al crescere di x , quando è $x < 1$, mentre cresce, al crescere di x , quando è $x > 1$
- osserviamo la presenza di una “simmetria”, nel senso che se due valori di x stanno uno a sinistra e l'altro a destra dell'ascissa 1, ma alla stessa distanza, ad essi corrispondono due valori di y uguali fra loro
- ... eccetera.

Certo, quanto abbiamo scritto ha bisogno di essere comunque controllato con ragionamenti e calcoli vari, per il fatto che, per forza di cose, abbiamo potuto dare a x soltanto *alcuni* fra gli infiniti valori possibili; ma la figura è senz'altro utilissima per una visione d'insieme iniziale e come punto di partenza per un eventuale studio più accurato.

ALTRI ESEMPI: le due funzioni $y = \frac{1}{10}x^3$, $y = 5 - 2x$



GRAFICI DI FUNZIONI CON GEOGEBRA

(però, innanzitutto devi saperli fare in MATITA!!!)

Apri GeoGebra; guarda in basso e noterai una casella bianca, preceduta dalla scritta "Inserimento":

Inserimento:

E' lì che devi digitare l'espressione della funzione; ad esempio, $y = 5 - 2x$; $y = x^2$; $y = \text{sqrt}(x)$; $y = 6/(1 + x^2)$

Occhio ad un uso accorto delle **parentesi !!!**

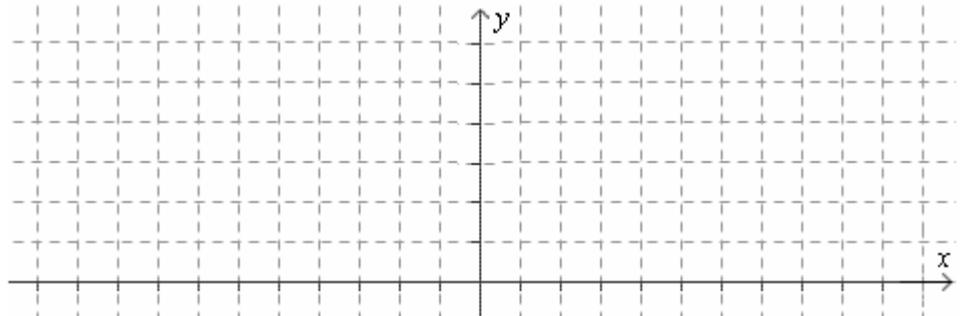
La **moltiplicazione** si esprime con un **asterisco**, che però **sovente si può sottintendere**; la **radice quadrata**, con **sqrt()** oppure con **^(1/2)**

Per ogni ragguglio, consulta la Guida in Linea.

ESERCIZI

1) Traccia il grafico della funzione $y = \frac{6}{1+x^2}$ *Soluzione* ⇨

| x | y | x | y |
|-----|---|------|---|
| 0 | | | |
| 1 | | -1 | |
| 2 | | -2 | |
| 3 | | -3 | |
| 4 | | -4 | |
| 5 | | -5 | |
| 6 | | -6 | |
| 10 | | -10 | |
| 1/2 | | -1/2 | |
| 1/4 | | -1/4 | |

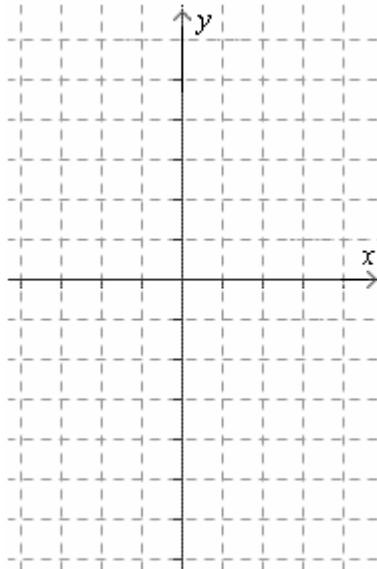


NOTA: se non è specificata l'unità di misura, si intende che sia di un quadratto

2) Traccia il grafico della funzione $y = 2x - 1$

| x | y |
|----|---|
| -4 | |
| -3 | |
| -2 | |
| -1 | |
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |

Soluzione ⇨



3) Traccia il grafico di $y = x^2$

| x | y |
|------|---|
| -4 | |
| -3 | |
| -2 | |
| -1 | |
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 1/2 | |
| -1/2 | |

Soluzione ⇨

