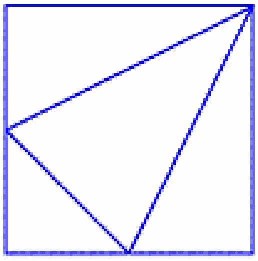
PROBLEMI GENTILISSIMAMENTE CONCESSI ⇨
DA NRICH (specialists in rich mathematics, http://nrich.maths.org/)
(**University of Cambridge**’s Faculty of Education / Centre for Mathematical Sciences).
La **freccia** ⇨ accanto al nome del problema è un link verso la **risposta**;
per metodi di risoluzione alternativi, inviati dagli studenti, davvero interessanti, puoi consultare il sito digitando il nome del problema nel motore di ricerca interno.

1) Fraction Fascination ⇨

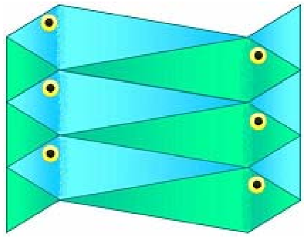


Ho disegnato questa figura
tracciando un segmento
dal vertice in alto a destra di un quadrato
ai punti di mezzo di ciascuno dei due lati opposti.

Che frazione dell’area del quadrato
rappresenta ciascuno
dei quattro triangoli ottenuti?

(Cerca di rispondere senza calcolare alcuna area!)

2) Counting Fish ⇨



Voglio farmi un’idea di quanti pesci ci siano in un lago.

Catturo 40 pesci e marco ciascun pesce con un segno su di una scaglia, così che possa essere identificato, se nuovamente ripescato.

I pesci sono poi liberati, e una settimana dopo catturo ancora una volta 40 pesci e li osservo per vedere quali di questi erano già stati presi prima.

Come mi aiuta tutto ciò a determinare un valore approssimativo della popolazione di pesci del lago?

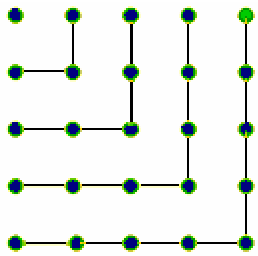
3) Dozens ⇨

ATTIVITA’ (ESERCIZI SULLA DIVISIBILITA’)
Prendi quattro carte con sopra le cifre 1, 3, 4 e 5.
Ora, lavorando in gruppo coi compagni,
mettile in ordine con lo scopo di realizzare
un numero divisibile
(non sempre ciò sarà possibile!) per i numeri:
2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.
Quando il problema è impossibile, vedi se ci riesci andando a escludere una fra le carte date.

QUESITO
Qual è il più grande numero di 5 cifre
divisibile per 12 costruibile utilizzando
le cifre 1, 3, 4 e 5 ed una quinta cifra-jolly
il cui valore può essere fissato a piacere?

4) Odd Squares ⇨

La figura qui a destra
illustra la bella formula
$1+3+5+...+(2n-1)=n^2$



Ora tu utilizza la stessa figura
per dimostrare che
qualsiasi numero dispari $2n-1$
è sempre esprimibile come
differenza di due quadrati.

Seconda richiesta … questa è più difficile, occorre fare uso dell’identità $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.
Trova una strategia per determinare tutti i possibili modi (ce ne sono ben 4) in cui il numero 105 si può scrivere come differenza fra i quadrati di due interi positivi.

5) Multiply the Addition Square ⇨

Considera una tabellina
dell’addizione, per es. da 1 a 10:

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Ora in essa prendi
un quadrato 3x3 di numeri:

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	**5**	**6**	**7**	8	9	10	11	12
3	4	5	**6**	**7**	**8**	9	10	11	12	13
4	5	6	**7**	**8**	**9**	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	**8**	**9**	**10**	11	12	13	14	15	16	17
8	**9**	**10**	**11**	12	13	14	15	16	17	18
9	**10**	**11**	**12**	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Moltiplica le due coppie di
numeri agli angoli opposti,
poi sottrai
i due prodotti ottenuti:

5	6	7
6	7	8
7	8	9

$7 \cdot 7-5 \cdot 9=49-45=4$

8	9	10
9	10	11
10	11	12

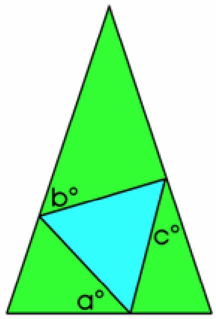
$10 \cdot 10-8 \cdot 12=100-96=4$

La differenza è SEMPRE
uguale a 4? Perché?

6) Burning Down

Vengono accese due differenti candele.
Bruciano a velocità diverse
e una è più lunga di 3 cm rispetto all'altra.
La più lunga viene accesa alle 5.30 del pomeriggio
e la più corta alle 7.
Alle 9.30 le candele hanno la stessa lunghezza.
La più lunga finisce di consumarsi alle 11.30
e la più corta alle 11.
Quanto era lunga ciascuna candela originariamente?

7) Terminology



In un triangolo isoscele è incastrato ("inscritto")
un triangolo equilatero.
Determina a in funzione di b, c
(= trova un'espressione del tipo a = …
dove nel secondo membro devono comparire b, c).

Cosa si può dire dei triangoli nel caso sia a = b = c?

8) Perfectly Square

(E' richiesto di conoscere la fattorizzazione)

Osserva bene:

$$x_1 = 2^2 + 3^2 + 6^2$$
$$x_2 = 3^2 + 4^2 + 12^2$$
$$x_3 = 4^2 + 5^2 + 20^2$$

Dimostra che x_n è sempre un quadrato perfetto!

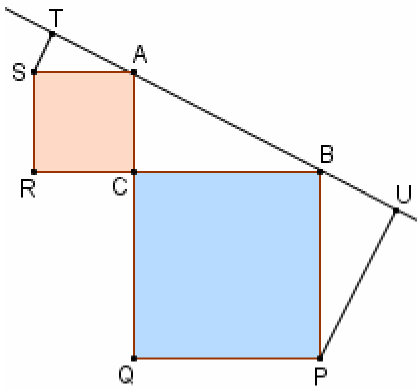
9) Phew I'm Factored

(E' richiesto di conoscere
i numeri in base diversa da dieci,
e la fattorizzazione)

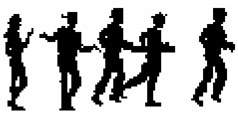
Dimostra che 10201, 11011 e 10101
Sono numeri composti (= non primi),
qualunque sia la base in cui si suppongono scritti.

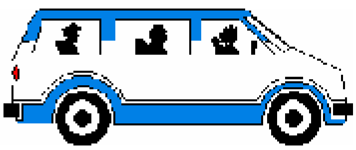
10) A Sameness Surely

Il triangolo ABC è rettangolo in C.
ACRS e CBPQ sono quadrati.
ST e PU sono perpendicolari ad AB.
Dimostra che ST+PU=AB.



11) Walk and Ride





Un gruppo di 10 studenti è in partenza per una gita scolastica,
sennonché l'autobus si guasta a 40 miglia dalla scuola.
Una professoressa riporta 5 di essi indietro fino alla scuola
con la sua automobile, viaggiando alla velocità media di 40 miglia all'ora.
Gli altri 5 studenti iniziano a camminare verso la scuola alla velocità
di 4 miglia all'ora. L'insegnante scarica i 5 che aveva accolto nella sua auto,
poi immediatamente ritorna per caricare anche gli altri,
di nuovo procedendo alla velocità di 40 miglia orarie.
Che distanza hanno coperto gli studenti
fino al momento in cui sono raggiunti dall'auto?

12) Never Prime

Se prendiamo
un intero *a*
composto da
due cifre distinte,
e consideriamo poi
l'intero *b*
che si ottiene invertendo
l'ordine di queste due cifre,
la differenza fra *a* e *b*
non potrà mai essere
un numero primo:
dimostralo!

E se le cifre fossero 3 o 4?

Il bellissimo sito http://nrich.maths.org/ ,
nato per arricchire (mathematical eNRICHment) l'esperienza matematica dei visitatori di tutte le età,
mette a disposizione gratuitamente una **ricchissima raccolta di problemi**
(**rintracciabili, con un motore di ricerca interno, per titolo o per argomento trattato**)
e gli studenti di tutto il mondo sono invitati ad inviare per e-mail
la loro soluzione dei problemi nuovi o ancora non risolti.