

$$t_7 : \begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$$

a)

1)

Quanto vale la “costante di affinità” $D = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$?

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 1 = -1$$

2)

L'affinità in esame è diretta o è inversa?

E' inversa ($D < 0$)

3)

E' una isometria?

Sì ($D = -1$; $b = c$, $a = -d = 0$)

4)

E' un “caso particolare” fra quelli del paragrafo 16

(traslazione, simmetria rispetto a un punto o a una parallela agli assi, omotetia ...)?

Sì: è la nota simmetria rispetto alla bisettrice del 1° e 3° quadrante.

b)

1)

Determina, tramite passaggi algebrici, le equazioni dell'affinità inversa.

$$\text{L'inversa di } \begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases} \text{ è } \begin{cases} y = x' \\ x = y' \end{cases} \text{ ossia } \boxed{\begin{cases} x = y' \\ y = x' \end{cases}}$$

$$\text{o, scambiando la coppia } (x, y) \text{ con la } (x', y'), \quad \boxed{\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}}$$

vale a dire la trasformazione iniziale.

D'altronde, una simmetria è *sempre* involutoria
(=coincidente con la sua inversa).

2)

L'affinità in esame è involutoria?

Sì

3)

Nel caso l'affinità considerata fosse “particolare”, abbi cura di controllare se è confermato che

- l'inversa di una traslazione è la traslazione di vettore opposto;
- l'inversa di un'omotetia di rapporto k è un'omotetia con lo stesso centro, e rapporto $1/k$;
- l'inversa di una simmetria (centrale o assiale) è la simmetria stessa

Sì, l'inversa di una simmetria è la simmetria stessa.

c)

Determina l'immagine e poi la controimmagine:

1) della retta $r: y = 2x + 1$

Immagine e controimmagine coincidono, trattandosi di una trasformazione involutoria.

Curva assegnata :

$$y = 2x + 1$$

Equazioni trasformazione (diretta e anche inversa) :

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$$

Equazione curva immagine e controimmagine :

$$x = 2y + 1$$

$$2y = x - 1$$

$$\boxed{y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}}$$

2) della circonferenza $\gamma: x^2 + y^2 = 1$

Immagine e controimmagine coincidono, trattandosi di una trasformazione involutoria.

Curva assegnata :

$$x^2 + y^2 = 1$$

Equazioni trasformazione (diretta e anche inversa) :

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$$

Equazione curva immagine e controimmagine :

$$y^2 + x^2 = 1$$

$$\boxed{x^2 + y^2 = 1}:$$

l'immagine di questa curva è la curva stessa